redie Revista Electrónica de Investigación Educativa

ISSN: 1607-4041
http://redie.uabc.mx

Vol. 18, Núm. 1, 2016

Comprensión de la media por profesores de educación primaria en formación continua

Elementary School Teachers' Understanding of the Mean during Ongoing Professional Training

Soledad Estrella (*) soledad.estrella@pucv.cl

* Pontificia Universidad Católica de Valparaíso
(Recibido: 19 de febrero de 2014; Aceptado para su publicación: 13 de abril de 2015)

Cómo citar: Estrella, S. (2016).Comprensión de la media por profesores de educación primaria en formación continua. *Revista Electrónica de Investigación Educativa, 18*(1), 1-22. Recuperado de http://redie.uabc.mx/redie/article/view/635

Resumen

En este trabajo se analizan las respuestas abiertas a una situación problema utilizadas en investigaciones sobre la media en presencia de valores atípicos en los datos. Los resultados muestran concepciones correctas e incorrectas y revelan que las ideas estadísticas de contexto y representatividad de un conjunto de datos están alejadas de la formación de los profesores. Los formadores de profesores de la educación primaria podrían partir de estas concepciones y hacerlas progresar para que los futuros profesores adquieran un significado completo del concepto, que les capacite en su tarea de enseñar estadística en la escuela.

Palabras clave: Formación de profesores, didáctica de la estadística, medidas de tendencia central

Abstract

This paper analyzes the open responses to a problem situation used in research on the mean with data containing outliers. The results reveal correct and incorrect perceptions and show that statistical notions regarding the context and representativeness of a data set are far removed from teacher training. Elementary teacher educators could draw from these perceptions and help to improve them so that future teachers may gain a full understanding of the concept, which will give them the skills they need to teach statistics in schools.

Keywords: Teacher training, teaching statistics, didactics of statistics, measures of central tendency.

I. Introducción

Jacobbe y Carvahlo (2011) señalan que el concepto de media ha sido parte del currículo por más de 100 años y que la investigación sobre la comprensión de los estudiantes de la media ha sido ampliamente explorada, sin embargo estos autores afirman que la investigación en educación estadística centrada en los docentes sigue siendo muy escasa.

En Chile, la enseñanza de la media, también llamada promedio, ha estado presente curricularmente, su introducción implícita desde el grado 3 es más reciente, así como su inserción explícita en el grado 5 (MINEDUC, 2012).

Una condición para asegurar el éxito de la enseñanza de la Estadística en educación primaria es la adecuada preparación de los profesores de este ciclo educativo, para lo que se requiere una evaluación previa de sus necesidades formativas (Batanero, Gómez, Serrano y Contreras, 2012). Este escrito pretende contribuir a esta necesidad, presentando los resultados de un estudio sobre la comprensión que una muestra de 27 profesores en ejercicio de educación primaria posee de la media en presencia de valores atípicos. La evaluación se realiza a partir del análisis de las respuestas abiertas a un ítem utilizado por Garret y García (2008) en una investigación con 227 estudiantes de nivel secundario y universitario. Se comparan los resultados con los de estos autores y se evalúan los argumentos dados por los profesores.

Como se señalaba, existen muchos estudios sobre la media desde diversas perspectivas, algunos comparan muestras de estudiantes de diferentes edades o entre distintos países, otros la investigan en conjunto con otras medidas de tendencia central, como también se estudian sus aspectos históricos y sus implicaciones en la educación. La media es un concepto que ha sido investigado y del que se tienen resultados en el ámbito escolar.

La media es un concepto estadístico básico que representa en un valor las características que presenta una variable de un conjunto de datos, y sólo puede usarse con variables cuantitativas. La media puede considerarse un concepto base para la comprensión de variable aleatoria y sus distribuciones, ya que la distribución se caracteriza principalmente por las medidas de tendencia central y de dispersión, siendo frecuentemente la media uno de los parámetros de las distribuciones.

En teoría de muestreo se usa extensamente la idea de media, por las propiedades de la media muestral, a saber, es un estimador insesgado, eficiente, y consistente de la media poblacional, además de tener varianza menor (Mayén, 2009). En muchas situaciones de inferencia es relevante la estimación de la media poblacional, como en la distribución Normal, que queda determinada por la media y la desviación estándar de la muestra.

La estimación involucra varios aspectos cualitativos que pueden descuidarse si sólo se presenta el algoritmo de la media, aspectos como el punto de equilibrio, la compensación y la representatividad. La conceptualización de representatividad –usar la media como un valor representativo para un aspecto de la población– es gradual, varios autores sostienen que previamente debe captarse la idea del conjunto de datos como una unidad (Bakker, 2003; Batanero y Godino 2001; Mokros y Russell, 1995). En una de las conclusiones de la investigación de Mokros y Russell (1995) sobre el concepto de media y representatividad, los autores afirman que la introducción prematura del algoritmo de cálculo de la media redunda en que los estudiantes pierdan el significado de representatividad que conlleva este parámetro. Así, su experiencia en aspectos cuantitativos de la media les dificulta desarrollar de manera correcta el concepto de representatividad:

> El trabajo con estudiantes así como con adultos nos llevan a sospechar que la media aritmética es un objeto matemático de inapreciada complejidad (que se oculta tras un sencillo algoritmo de cálculo) y que debería introducirse relativamente tarde, después de que los estudiantes hayan desarrollado una buena base de la idea de representatividad (Mokros y Russell, 1995).

Entre las dificultades que conlleva esta medida de tendencia central está el reconocimiento de la media como un valor "típico" o "representativo de los datos" y debido a ello se tiende a situar la media en el centro del recorrido de la distribución, propiedad que se cumple para distribuciones simétricas. Esto no siempre es comprendido por algunos sujetos, que eligen la media como mejor representante sin cuestionarse si realmente si lo es, pues no consideran la simetría de la distribución o la existencia de valores atípicos.

1.1 Comprensión de la media por los profesores

Hemos elegido la media por la complejidad y simpleza que presenta el concepto, su inserción de larga data en el currículo, su importancia en la construcción de otros conceptos estadísticos, y por su uso frecuente y cotidiano en diversos ámbitos. La esperanza de vida, la tasas de natalidad, los índices de precios, son ejemplos en que este concepto está involucrado y que generan distintos tipos de situaciones problema relacionadas con la media.

La enseñanza de conceptos estadísticos basada en la definición algorítmica y el cálculo matemático en conjuntos de datos descontextualizados no permite que los sujetos lleguen a una comprensión integral del concepto (Del Pino y Estrella, 2012).

Leavy y O'Loughlin (2006) indican que existen dos tipos de comprensiones de la media, conceptual y procedural, y estudian la comprensión de la media en estudiantes a profesor, encontrando que sólo el 25% manifestaba alguna forma de comprensión conceptual de la media y que el resto presentaba una comprensión procedimental. Los autores señalan que la interpretación de la media como un reparto justo (el valor que representa el conjunto de datos como si todos los datos fuesen iguales), o como el punto de equilibrio (donde valores mayores compensan los valores menores) muestran comprensión conceptual del concepto.

En todos los niveles educativos, los actuales lineamientos de la enseñanza de la Estadística exigen un nuevo compromiso que involucre a los sujetos en el análisis de datos reales para responder a preguntas prácticas (Konold y Pollatsek, 2004). Algunos de los tipos de problemas que este concepto involucra son: la media como medida resumen, esto significa que la media representa un conjunto de datos en un solo valor; la media como reparto equitativo, en que las cantidades que se distribuyen de manera desigual entre diferentes individuos son acumuladas y luego compensadas de manera equitativa; la media como valor representante –en el sentido que representa un grupo de valores individuales de una manera simple y concisa que permite hacerse una idea rápida del tamaño general de los individuos en el grupo sin que distraigan las variaciones individuales; y la media como estimador de un valor específico desconocido, se incluye estimar la media a partir de diversas mediciones realizadas en presencia de errores.

El presente estudio es una prolongación de Olfos y Estrella (2010), y busca contribuir a la toma de conciencia de los formadores de profesores sobre las dificultades que tienen los profesores en servicio, de la comprensión y el razonamiento acerca de medidas de tendencia central, más allá de la algoritmia. Garfield y Ben-Zvi (2007) proponen reconocer y aprovechar las intuiciones estadísticas sobre los datos y el contexto en el desarrollo del razonamiento acerca de medidas de tendencia central, para avanzar a partir de las nociones informales de estas ideas a la obtención de ideas más formales de la media. Además, recomiendan que los profesores proporcionen oportunidades para conectar las medidas de centro en relación a otros conceptos fundamentales como la distribución, la comparación de grupos, muestreo e ideas informales de inferencia.

II. Método

La muestra estuvo formada por 27 profesores de educación primaria, en formación continua, de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, de los cuales 18 eran mujeres. Los datos se tomaron como parte de una actividad sin evaluación en la asignatura "Didáctica de la Estadística". Luego de la primera recogida de datos se realizó una lectura individual de un estudio sobre la media que incluía: el conocimiento de la media como el mejor estimador en presencia de errores de medición; la toma de conciencia de los valores atípicos y su influencia en el cálculo de la media; la posible confusión entre la media y otras medidas de tendencia central; y el conocimiento de la influencia de los valores nulos en el cálculo de la media. Posteriormente contestan nuevamente la actividad planteada al inicio, y se realiza una segunda recogida de datos; para luego discutir las respuestas con los profesores y entre los profesores, con el objetivo de ayudarles a reconocer las respuestas incorrectas.

Como práctica profesional, estos profesores utilizan el algoritmo de la media usualmente en el cálculo de evaluaciones de sus estudiantes. Además, ya habían estudiado el concepto desde el punto de vista de la disciplina estadística, su fórmula y aplicaciones como medida de tendencia central en estadística descriptiva.

La tarea propuesta se presenta en el figura 1 y se tomó del cuestionario de Garret y García (2008); la tarea fue creada a partir de un problema de respuestas de elección múltiple desarrollado por Garfield y Konold (1992). El ítem de Estadística Descriptiva pretende evaluar el uso de la media como mejor estimador de un valor desconocido en presencia de errores de medida; la influencia de los valores atípicos en el cálculo de la media; la confusión entre media y moda; así como la importancia del contexto.

Se optó por elegir esta situación de respuesta abierta, pues se tenían los desarrollos de otros profesores, que podrían usarse para discutir con los profesores sobre las semejanzas y diferencias entre sus respuestas y las de otros colegas de similares características; además de que posee un relato donde el contexto es relevante y familiar.

Situación:
A petición del profesor de Educación Física, 10 alumnos registraron (en forma independiente y simultánea) el tiempo recorrido por un estudiante en la distancia de los 100 m. Los tiempos registrados (en segundos) fueron los siguientes:

15.05	14.95	15.05	15	10	15	14.9	15	14.95	15

¿Qué tiempo debe considerar el profesor como estimación representativa del tiempo real recorrido por el grupo de estudiantes y por qué?

Figura 1. Situación propuesta "Tiempo recorrido en los 100 metros"

Este ítem discrimina entre el simple conocimiento algorítmico de cálculo de la media y la comprensión relacional del concepto, incluyendo la importancia del contexto. Además permite la aplicación de la propiedad "la media es un estadístico poco robusto, muy sensible a la variación de los datos, especialmente a los valores atípicos", y el concepto de media "como el mejor estimador de una cantidad desconocida en presencia de errores de medición", (Konold y Pollatsek, 2004).

Una de las estrategias que pueden seguirse para resolver la situación propuesta es evidenciar la interpretación correcta de los datos numéricos, usar el algoritmo de cálculo de la media, conocer que la media es sensible a valores extremos, reconocer el efecto de los valores atípicos (*outliers*) en la media y tomar en cuenta el contexto para descartar el valor atípico antes de calcularla.

Asimismo, se puede determinar si el candidato a dato atípico se encuentra dentro del rango aceptable de valores típicos o no, considerando 1.5 veces el rango intercuartil.[1]

Otras estrategias menos correctas podrían evidenciar que no considera el efecto de valores atípicos, pero usa la media como mejor estimador aunque obviando la falta de robustez de la media frente a valores atípicos. Otras estrategias erróneas usuales de los profesores muestran la confusión entre media y moda y la consideración errónea de que la moda es mejor estimador, puesto que la moda es el peor estimador en el contexto dado; otras respuestas usuales consideran la idea de precisión en relación al mayor número de cifras decimales, lo que muestra la confusión de mejor estimación con la precisión de una medida específica.

Los estudios sugieren que el concepto de media es difícil de entender para los niños, para los estudiantes universitarios e incluso para los profesores de primaria en formación y en servicio (Russell, 1990; Groth y Bergner, 2006, como se cita en Garfield y Ben-Zvi, 2007). En el contexto chileno actual, los profesores desconocen el significado de valores atípicos y su influencia en el cálculo de la media, pero podrían argumentar en base al contexto para evaluar la pertinencia del dato atípico, respuesta que consideraríamos correcta, para los conocimientos que tienen hasta ese momento de su formación.

III. Resultados

Recogidas las respuestas que al ser abiertas permitieron recoger con detalle los razonamientos de los profesores, se realizó un análisis de su contenido, cuyos resultados se discuten a continuación.

Tabla I. Frecuencia y porcentaje de argumentos a la pregunta

Argumento	Frecuencia	Porcentaje
A1. La media sin datos atípicos	2	7.4
A2. La media considerando todos los datos	10	37.1
A3. La media como el valor más frecuente	8	29.6
A4. La media como un algoritmo inventado	3	11.1
A5. Respuestas confusas	4	14.8

En la tabla I se observa que pocos dan la respuesta correcta a la pregunta planteada *¿Qué tiempo debe considerar el profesor como estimación del tiempo real recorrido por el estudiante y por qué?* Para realizar un análisis más profundo y teniendo en cuenta que la media resume las características del conjunto de estudiantes, se analizaron los argumentos dados por los profesores.

A1. *La media sin datos atípicos*. Los profesores que consideran extraño el dato y lo descartan argumentan:

> La suma de los 10 números registrados sacando el 10 segundos, ya que posiblemente este alumno comenzó a marcar mucho después de que el estudiante comenzara a correr, media es 14.98 segundos (Participante 17, hombre).

> El profesor debería descartar la media de los tiempos, como todos bordean los 15 segundos menos el dato 10 segundos, ese no lo incluiría, pudo ser un error al tomar el dato, ya que se diferencia de los demás datos (Participante 16, mujer).

[1] Una estrategia simple de determinar si el dato corresponde a un valor atípico es considerar el rango intercuartil, que en este caso corresponde a 0.05, por lo que los valores aceptables como datos típicos estarían entre 14.875 y 15.025.

Estos argumentos muestran evidencia de que los sujetos interpretan los datos numéricos, conocen el algoritmo de cálculo de la media y toman en cuenta el contexto para descartar el valor atípico antes de realizar el cálculo; implícitamente conocen que la media es sensible a valores extremos y reconocen el efecto de los valores atípicos (*outliers*) en la media.

A2. *La media considerando todos los datos.* Los profesores consideran la media como un buen representante de la variable y realizan el procedimiento de cálculo aunque sin tomar en cuenta el contexto y no cuestionan el dato atípico.

> El profesor debe considerar 14.49 segundos correspondiente al promedio entre los 10 datos de los estudiantes (Participante 25, mujer).
>
> La media, 14.49 (Participante 24, hombre).
>
> $$\frac{15.05 + 14.95 + 15.05 + 15 + 10 + 15 + 14.9 + 15 + 14.95 + 15}{10}$$
>
> Debe considerar la media entre los tiempos registrados, ya que debe tomar en cuenta la medición de los 10 niños, $\bar{X}$=(15.05+14.95+… +14.95+15)*1/10; $\bar{X}$=144.9/10; X=14. $\bar{X}$=14.99. El promedio (media) de tiempo es de 14.49 segundos (Participante 18, hombre).

Estos argumentos muestran énfasis en una concepción incorrecta de la media como un estimador siempre robusto, y donde lo procedimental es prioritario. El cálculo se realiza con todos los datos, donde cada valor numérico responde a todas las mediciones y son independientes del contexto.

A3. *La medida de tendencia central como el valor más frecuente.* Los profesores manifiestan la consideración errónea que la moda es mejor medida de centralidad para variables continuas. Los sujetos no comprenden que la media es un valor representativo de los datos, y al considerar que un valor representativo es el más frecuente, ven la media como la moda.

> Debiese considerar el tiempo que más se repitió. En este caso 4 de los 10 alumnos registraron en forma independiente y simultánea el mismo tiempo (Participante 8, mujer).
>
> El profesor debe considerar como estimación del tiempo real 15 segundos que corresponde a la moda; ya que es el tiempo que más se repite (Participante 15, hombre).

Otros tipos de argumentos:

A4. *La media como un algoritmo inventado.* Los profesores crean sus propios algoritmos de cálculo, mezclan operaciones sin valorar el contexto ni descartar los valores atípicos.

> Debería considerar la media de los 5 tiempos no repetidos, ya que éste sería más representativo de la realidad. $\bar{X}$=(15.05+14.95+15+10+14.9)/5=69.9/5=13.98; $\bar{X}$=13.98 segundos (Participante 3, hombre).
>
> El profesor si busca el tiempo en segundos debería aproximar todos aquellos que tengan decimales mayores que 5 y truncar aquellos que no tengan las 5 décimas, así 15, 15, 15, 15, 10, 15, 15, 15, 15, 15. Por lo tanto 9 alumnos alcanzan los 100 mts. en 15 segundos (Participante 1, mujer).

A5. *Respuestas confusas.* Dan soluciones ambiguas con argumentos mezclados o sin ellos, y aproximan para simplificar o descartar el trabajo con decimales.

> En minutos con un decimal (décimo) al tener centésimos es más difícil calcular el tiempo real (Participante 5, mujer).
>
> Debe promediar los tiempos que se encuentran entre los 14 y 15 segundos; 14.99, 15', que coincidiría además con la moda (Participante 2, mujer).

IV. Discusión

En la tabla I se observa que el porcentaje de respuestas correctas es bajo (7.4%) y muy cercano al 6.5% obtenido en investigaciones previas de esta tarea en profesores chilenos (Olfos y Estrella, 2010), y también en profesores españoles, en los que un 7% de la muestra comprende el efecto de los valores atípicos sobre el cálculo de la media (una muestra de 367 futuros profesores) en Estrada (2007).

En el presente estudio las respuestas que no tuvieron en cuenta el efecto de los valores atípicos sobre la media es aproximadamente un 92%, porcentaje muy superior al señalado en la investigación de Estrada y Batanero (2008), donde un 45% de los profesores no consideraron la influencia de los valores atípicos, o en el estudio de Navas, Batanero y Godino (1997), en el que el 34.1% de los sujetos (una muestra de 273 futuros profesores) calcula la media sin desechar el valor atípico, y no consideran este valor como un error de medida que perturba la estimación. Paradójicamente, los resultados del estudio de Mayén et al. (2007) sobre la media como mejor estimador de una cantidad desconocida en presencia de errores de medida sugieren que esta idea es intuitiva para los alumnos (entre un 86% y 67% de respuestas correctas).

En comparación con el estudio de Garret y García (2008), de donde proviene esta tarea, ninguno de los 227 estudiantes realizó el cálculo de la media excluyendo los valores atípicos, estos investigadores señalan que nadie consideró la existencia de un dato extraño entre los valores proporcionados, ni ocupó argumentos de tipo real en que atletas de alto rendimiento no llegan siquiera a obtener esa marca. En nuestra muestra los sujetos que calcularon la media considerando todos los datos alcanzan un 37% mientras que en su estudio obtienen un 29% en los secundarios y un 35% en los universitarios. Ellos concluyen que en cuanto a los niveles de interpretación observados no hubo diferencias significativas entre los estudiantes de secundaria y los universitarios.

Antes de finalizar la actividad, los profesores fueron enfrentados a la lectura de un artículo resumido en una página, cuyas ideas centrales abordan el conocimiento de la media como el mejor estimador en presencia de errores de medición y la toma de conciencia de los valores atípicos. Los resultados obtenidos tras la lectura muestran que las respuestas correctas aumentan notoriamente, de 7.4% pasan a 40.7%; aunque aumenta la respuesta incorrecta de considerar todos los valores; de 37% a 44.5%. Esto muestra que no hay aprehensión después de la lectura individual del concepto de dato atípico (como concepto estadístico) ni de la influencia de los valores extremos en el cálculo de la media (desde la algoritmia de la media). Sin embargo, en sus respuestas toma fuerza la idea de que la media es mejor estimador que la moda, pues inicialmente el 30% de los profesores consideraba la moda como estimación del tiempo real recorrido y tras la lectura baja a un 7.4%.

V. Conclusiones y sugerencias

Al igual que en investigaciones anteriores relativas al concepto media en profesores de primaria (Ortiz, Font y Mayén, 2009; Navas, Batanero y Godino, 1997) el alto porcentaje de respuestas erróneas puede deberse a las escasas oportunidades de formación en Educación Estadística que han experimentado los profesores.

Es tarea de los formadores de profesores conformar un concepto más completo de la media. Una posibilidad es realizar sistemáticamente la reflexión grupal en torno a las dificultades del aprendizaje y enseñanza de la estadística, relacionadas tanto a lo algorítmico como a lo conceptual. Enfrentando los errores y dificultades que conllevan la comprensión del concepto y su definición permitirá a los profesores construir un concepto más acabado, que integre la comprensión de las propiedades del concepto, el uso adecuado del algoritmo de cálculo y la argumentación contextual.

Al estilo de las propuestas de Batanero et al. (2012) sugerimos que las concepciones puedan progresar hacia una comprensión de la media en que se consideren:

- la representatividad
- el concepto de medida de tendencia central
- el contexto
- los tipos de problemas donde emerge

Tras la segunda parte de la tarea (lectura individual) y los magros resultados (59.3% de respuestas erróneas) emergen algunas interrogantes que pueden abordar futuros estudios que indaguen en la habilidad lectora de los profesores en ejercicio. La lectura de los problemas es el núcleo de la tarea estadística, y debido a que en Estadística los datos son números en contexto (Moore, 1990, p. 96), y en el análisis de datos es el contexto el que otorga el sentido (Cobb y Moore, 1997; Ben-Zvi y Aridor, 2012), el contexto motiva procedimientos y entrega significado, y es base para la interpretación de los resultados; es la comprensión del contexto la que facilita en cierto modo la resolución de la situación problema. Es así que cabe indagar en futuros estudios por la habilidad interpretativa de los sujetos ¿los profesores entendieron la situación problema?, ¿comprendieron las ideas centrales del artículo sobre la media y valores atípicos?, ¿cuán relevante es esta habilidad para poder llevar la teoría existente en educación estadística a la práctica escolar?

Asimismo, es necesario diversificar los contextos de los problemas que se ofrecen en la formación, de modo que el futuro profesor vaya consolidando, en diversos niveles escolares, la comprensión de la media, y llegue a desarrollar una enseñanza que posibilite un aprendizaje gradual y profundo de este concepto estadístico.

Al respecto, y más allá de una lectura individual, la tarea presentada y su discusión de las respuestas correctas e incorrectas con profesores en formación entregan cimientos para construir su conocimiento estadístico y didáctico sobre la media, adquiriendo una comprensión con sentido de las propiedades del concepto, y un reconocimiento de las posibles concepciones erróneas de la media (Estrella, 2008; Watson y Callingham, 2013).

La inclusión en el currículo escolar chileno del diagrama de caja y bigotes, *boxplot*, es una instancia fructífera para empezar a visualizar los valores extremos (muy comunes en la toma de datos reales) y evaluar su estatus e incidencia como valor atípico; y también para conectar la noción de que la media entendida como una tendencia central es inseparable de la noción de dispersión. Por supuesto, esto es también válido para muchos tipos de gráficos, siempre que se enfrente a los sujetos a indagar en el comportamiento de los datos, a construir representaciones con ellos y obtener información acerca de la distribución de los mismos.

La formación en Educación Estadística deberá promover que los profesores tengan experiencia en modelar estadísticamente en función de la naturaleza y contexto de los datos, con actividades orientadas al descubrimiento y al desarrollo de ideas propias de la estadística, como la representatividad y el contexto, en que descubran y reflexionen, por ejemplo, dotando a la media de significado intuitivo, involucrando los conceptos y sus propiedades, y a la vez, evalúen su significación y la pertinencia de su uso frente a otras medidas de tendencia central; para que los profesores adquieran confianza y práctica en el uso de la estadística, adopten estas experiencias y las lleven a sus prácticas reales de enseñanza.

Agradecimientos

Agradecemos al Instituto de Matemática de la PUCV y al Centro de Investigación Avanzada en Educación (CIAE) el apoyo brindado para la realización de esta investigación.

Referencias

Bakker, A. (2003). The early history of average values and implications for education. *Journal of Statistics Education, 11*(1).

Batanero, C., Gómez, E., Serrano, L. y Contreras, J. L. (2012). Comprensión de la aleatoriedad por futuros profesores de Educación Primaria. *Journal of Research in Mathematics Education, 1*(3), 222-245. doi:10.4471/redimat.2012.13

Batanero, C. y Godino, J. (2001). *Análisis de datos y su didáctica.* Materiales para la asignatura. España: Universidad de Granada, Departamento de Didáctica de la Matemática.

Ben-Zvi, D. y Aridor, K. (2012). *Children's wonder how to wander between data and context.* Actas del 12 Congreso Internacional de Educación Matemática (ICME-12). Seúl, Corea del Sur: ICMI.

Cobb, G. y Moore, D. (1997). Mathematics, statistics, and teaching. *American Mathematics Monthly, 104*(9), 801-823.

Del Pino, G. y Estrella, S. (2012). Educación Estadística: relaciones con la matemática, *Revista de Investigación Educacional Latinoamericana, Pensamiento Educativo, 49*(1), 53-64.

Estrada, A. y Batanero, C. (2008). Explaining teachers' attitudes towards statistics. En C. Batanero, G. Burrill, C. Reading. y A. Rossman, A. Joint (Eds.) *ICMI/IASE Study: Teaching Statistics in School Mathematics. Challenges for Teaching and Teacher Education.* Actas del ICMI/IASE. Monterrey, Mexico.

Estrada, A. (2007). Evaluación del conocimiento estadístico en la formación inicial del profesorado. *Uno. Revista de Didáctica de las Matemáticas, 45*, 78-97.

Estrella, S. (2008). Medidas de tendencia central en la enseñanza básica en Chile. *Revista Chilena de Educación Matemática, 4*(1), 20-32.

Garrett, A. J. y García Cruz, J. A. (2008). Caracterización de la comprensión de algunos aspectos de la media aritmética: Un estudio con alumnos de secundaria y universitarios. *Enseñanza de la Matemática, 17*(1), 31-57.

Garfield, J. (2003). Assessing statistical reasoning. *Statistics Education Research Journal, 2*(1), 22-38.

Garfield, J. y Ben-Zvi, D. (2007). How students learn statistics revisited: A current review of research on teaching and learning statistics. *International Statistical Review, 75*(3), 372-396.

Garfield, J. y Konold, C. (1992). *Statistical reasoning assessment. Part 2: Statistics in context.* Minnesota, MN: National Science Foundation.

Jacobbe, T. y Carvalho, C. (2011). Teachers' understanding of averages. En C. Batanero, G. Burrill y C. Reading, *Teaching statistics in school mathematics-challenges for teaching and teacher education* (pp. 199-209). Países Bajos: Springer.

Konold, C. y Pollatsek, A. (2004). Conceptualizing an average as a stable feature of a noisy process. En D. Ben-Zvi y J. Garfield (Eds.), *The challenge of developing statistical literacy, reasoning and thinking* (pp. 169-199). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Leavy, A. y O'Loughlin, N. (2006). Preservice teacher understanding of the mean: Moving beyond the arithmetic average. *Journal of Mathematics Teacher Education, 9*(1), 53-90.

Mayén, S. (2009). *Comprensión de las medidas de tendencia central por estudiantes mexicanos de Educación Secundaria y Bachillerato.* Tesis Doctoral no publicada. Universidad de Granada.

Mayén, S., Cobo, B., Batanero, C. y Balderas, P. (2007). Comprensión de las medidas de posición central en estudiantes mexicanos de bachillerato. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 9*, 187-201.

MINEDUC (2012). Bases curriculares, Educación primaria, Ministerio de Educación de Chile. Recuperado de
http://www.mineduc.cl/index5_int.php?id_portal=47&id_contenido=17116&id_seccion=3264&c=6753

Mokros, J. y Russell, S. (1995). Children's concepts of average and representativeness. *Journal for Research in Mathematics Education, 26*(1), 20-39.

Moore, D. (1990). Uncertainty. En L. A. Steen (Ed.), *On the shoulders of giants: New approaches to numeracy* (pp. 95-137). Washington, DC: National Academy Press.

Navas, F., Batanero, C. y Godino, J. (1997). *Evaluación de concepciones sobre la noción de promedio en maestros de primaria en formación. Implicaciones para la formación estadística de los futuros profesores.* Actas VII Jornadas LOGSE: Evaluación Educativa, 301-324. Universidad de Granada.

Olfos, R. y Estrella, S. (2010). *Chilean primary teachers challenged to build PCK for statistics.* Actas del Congreso ICOTS 8 International Conference on Teaching Statistics. Ljubljana, Eslovenia.

Watson, J. M. y Callingham, R. A. (2013). *PCK and average.* Actas de la 36 conferencia del Mathematics Education Research Group of Australasia.