



Para citar este artículo, le recomendamos el siguiente formato:

Guerrero, E. (2004). La estructuración del contenido matemático por problemas: un mecanismo para alcanzar un conocimiento efectivo en educación superior. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 6 (2). Consultado el día de mes de año en:

<http://redie.uabc.mx/vol6no2/contenido-guerrero.html>

---

## **Revista Electrónica de Investigación Educativa**

Vol. 6, No. 2, 2004

### **La estructuración del contenido matemático por problemas: un mecanismo para alcanzar un conocimiento efectivo en educación superior**

### **The Structure of Mathematical Content by Means of Problems: A Mechanism to Achieve Effective Knowledge in College**

Eloy Guerrero Seide

[chavez@infosol.gtm.sld.cu](mailto:chavez@infosol.gtm.sld.cu)

Departamento de Matemática y Computación  
Facultad de Ciencias Económicas  
Universidad de Guantánamo

Calle Sol 770  
Zona postal 95100  
Guantánamo, Cuba.

(Recibido: 12 de diciembre de 2003; aceptado para su publicación: 14 de junio de 2004)

## **Resumen**

En este artículo se resumen los resultados obtenidos en un estudio exploratorio y comparativo de la aplicación de dos formas de estructurar el contenido matemático en un programa de la carrera en Ingeniería Agronómica de la Universidad de Guantánamo, Cuba: la sistematización formal propia de la exposición de los conocimientos y una organización mediante problemas. En la comprobación de la hipótesis se utilizó la prueba de los signos. Al menos en forma preliminar, se demostró que la variante de estructuración sistémica de los conocimientos mediante problemas favorece más la eficiencia de los conocimientos logrados por los estudiantes, que la estructura planteada por medio de la lógica de la exposición de los conocimientos logrados.

*Palabras clave:* Enseñanza de las matemática, aprendizaje basado en problemas.

## **Abstract**

In this paper the author presents the results obtained from an exploratory and comparative study on the application of two different ways of structuring the mathematical content in the B.S. program of Agronomy Engineering at the University of Guantanamo. The compared forms were: one consistent with the formal systematization of the exposition of the knowledge already obtained, and the other one based on problem solving. In the verification of the hypothesis the sign test was used. Preliminary results showed that the variant of systemic structuring of knowledge by means of problems has greater effects in the efficiency of the knowledge acquired by the students than the one gained by means of the logic of the exposition of the obtained knowledge.

*Key words:* Mathematics instruction, problem based learning.

## **Introducción**

Partiendo de los presupuestos de las teorías cognitivas y su aplicación en el proceso de enseñanza-aprendizaje, en este trabajo se presentan los resultados de una investigación que explora la relación entre la estructura del contenido de un programa escolar de Matemáticas (en la carrera de Ingeniería Agronómica de la Universidad de Guantánamo, en Cuba) y la eficiencia de los conocimientos alcanzados por los estudiantes. Las variables dependiente e independiente determinadas fueron: la eficiencia de los conocimientos y la estructura de los conocimientos en el programa, respectivamente.

Para la variable independiente se consideraron dos estados, es decir, dos modos de estructuración de los contenidos: el primero, por medio de problemas y el

segundo, siguiendo el procedimiento de estructuración propia de la formalización de los conocimientos matemáticos ya logrados.

La característica *eficiencia de los conocimientos* se cuantificó por medio de una escala con tres categorías o niveles: bajo, medio y alto.

El término *eficiencia de los conocimientos matemáticos* (relativos a un programa específico) de un estudiante fue asumido en la investigación como el desarrollo de habilidades y hábitos necesarios para reconocer, en una situación dada, las condiciones adecuadas para el empleo de un modelo matemático determinado, adaptar este modelo, desarrollar los procedimientos formales de cálculo para encontrar la “solución cuantitativa” y, finalmente, hacer la interpretación conveniente de las soluciones halladas.

El estudio se realizó, con la comparación de los efectos de ambas estructuras sobre la eficiencia de los conocimientos que alcanzan los estudiantes. El trabajo científico se orientó a responder, al menos en forma preliminar, la pregunta: ¿existe diferencia en la eficiencia de los conocimientos matemáticos que alcanzan los alumnos cuando éstos son sometidos a una organización de los conocimientos siguiendo la lógica de la exposición formal y otra organización alternativa de los conocimientos mediante problemas?

Para responder a la pregunta científica se realizó una experiencia con los dos grupos de primer año de la carrera antes mencionada, en la Facultad Agroforestal de la Universidad de Guantánamo, durante el segundo semestre del curso 2001-2002. La experiencia constó de dos etapas, las cuales se estructuraron en correspondencia con las dos variantes seleccionadas. Al final de cada período, se realizaron mediciones de la eficiencia de los estudiantes.

Los resultados de la experiencia aportaron elementos que aproximan a una demostración de la hipótesis: la organización por problemas contribuye a que los estudiantes alcancen conocimientos matemáticos eficientes para su desempeño profesional.

El objetivo de la investigación fue comprobar que en el trabajo docente de una asignatura matemática la eficiencia de los conocimientos alcanzados por los alumnos es mayor cuando el contenido se estructura en el programa por problemas, que cuando se estructura mediante la lógica de la exposición de los conocimientos matemáticos logrados.

## **Planteamiento de hipótesis**

### **a) Hipótesis nula**

La estructuración de los conocimientos en el programa de la asignatura Matemática II, bajo la lógica de la exposición formal de los conocimientos y por problemas, producen iguales efectos en la eficiencia de los conocimientos que alcanzan los estudiantes.

### **b) Hipótesis alternativa**

La estructura de los conocimientos por problemas en el programa de la asignatura Matemática II tiene una mayor influencia en el nivel de eficiencia que alcanzan los estudiantes, que la estructura que sigue la lógica de la exposición.

## **Método**

Se realizó una experiencia con la totalidad de los alumnos matriculados en los dos grupos del primer año de la carrera de Ingeniería Agronómica del curso 2001-2002 en la Facultad Agroforestal de la Universidad de Guantánamo (CUG). En el momento de la experiencia, la matrícula de los grupos era de 21 y 19 alumnos respectivamente. Los 40 alumnos vivían en la residencia estudiantil de la Facultad, con iguales condiciones de alimentación, acceso a la información científico-técnica (en soporte físico, en Internet y otros medios) y en el aseguramiento material y financiero. Todos los estudiantes procedían de zonas rurales con similares condiciones socioeconómicas.

La asignatura seleccionada fue Matemática II, la cual forma parte de la disciplina Matemática.<sup>1</sup>

La experiencia se llevó a cabo en el trimestre febrero-abril del 2002 y duró ocho semanas; pero ninguno de los estudiantes sabía que se estaba desarrollando la experiencia.

En el primero de los dos momentos de la experiencia, el contenido tratado fue *Extremos* (de funciones reales con una y dos variables) y *trazado de curvas*, con una organización mediante problemas.

Para el segundo momento, se seleccionó el contenido *Las ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) de primer orden y las EDO lineales de segundo orden, con coeficientes constantes, homogéneas y no homogéneas*. En este caso, la

variante de estructura aplicada fue la exposición formal de los conocimientos matemáticos.

Se debe tomar en cuenta que en la experiencia cada grupo se comparó consigo mismo en el momento del análisis de las mediciones. La irreversibilidad de los aprendizajes hace que la eficiencia de los conocimientos alcanzados con la segunda estructura se vea influenciada por la eficiencia de los conocimientos derivados del trabajo con la primera. De aquí se desprende que los niveles de eficiencia que produjo en los estudiantes el trabajo con las EDO (contenido estructurado con la lógica de la exposición de los conocimientos matemáticos, como resultados) estuvieron afectados por la eficiencia de los aprendizajes que se produjeron durante el trabajo con las aplicaciones del cálculo diferencial (extremos y trazado de curvas en el plano; contenido estructurado por medio de problemas).

Para los fines de la prueba, la secuencia elegida para el trabajo con las estructuras es desfavorable, dado que crea condiciones para que la hipótesis nula tenga cumplimiento en lugar de ser rechazada. Luego, en este caso, el rechazo de la hipótesis nula aumenta la credibilidad del resultado: "aceptar la hipótesis alternativa".

Los grupos fueron atendidos por un mismo profesor, y la variable independiente fue la *estructuración del sistema de conocimientos en el programa de la asignatura*.

La variable dependiente seleccionada fue la *eficiencia de los conocimientos alcanzados por los alumnos*.

### **Variable independiente: Procedimiento didáctico de estructuración del sistema de conocimientos por problemas**

En la experiencia se consideraron dos variantes de estructuración sistémica de los conocimientos. Los cuales se obtuvieron con la aplicación de los procedimientos de estructuración: uno, siguiendo la lógica de exposición de los conocimientos ya logrados que utiliza la ciencia matemática y, el otro, mediante problemas.

El procedimiento por problemas, conforme se ha concebido, es aplicable a cualquiera de los niveles organizativos del proceso docente de una carrera (una disciplina, una asignatura o un tema).

Al procedimiento de estructuración del sistema de conocimientos mediante problemas y al sistema generado por este procedimiento se han denominado,

respectivamente: procedimiento didáctico de la propiedad de solubilidad y sistema de relaciones de solubilidad.

El procedimiento didáctico de estructuración sistémica de los conocimientos (Guerrero, 2001) está basado en una concepción dialéctica de los sistemas. En este enfoque, el estudio del sistema se realiza dando a conocer el *comienzo* (la forma elemental inicial del todo) y las leyes que determinan la génesis y el desarrollo del sistema.

En el procedimiento que se analiza, el comienzo viene dado por la clase de problemas generadores (red generadora) del conocimiento programado. Dichos problemas expresan la necesidad de los nuevos conocimientos y, a la vez, son portadores de las relaciones (de solubilidad) entre los conocimientos teórico-matemáticos que son objeto de estudio en una asignatura y sus aplicaciones. En otras palabras, mediante la clase de problemas “generadores” se ponen al descubierto: las relaciones entre el conocimiento en uso y las demandas de la práctica que exigen nuevos conocimientos matemáticos. Lo que pudiera justificar al término “relaciones de solubilidad”.

Desde el punto de vista lógico-gnoseológico en cualquiera de los tres niveles organizativos del proceso docente de una carrera: disciplina, asignatura o tema, el procedimiento didáctico de la propiedad de solubilidad tiene por sustento la comprensión de que se debe partir de las necesidades, como condición imprescindible e insoslayable para explicar los actos del hombre. Así lo afirma Federico Engels (1982) en su obra *Dialéctica de la naturaleza*.

Si aceptamos que los problemas cognoscitivos expresan necesidades para hallar nuevos conocimientos, entonces, los problemas representan puntos de partida idóneos para explicar el surgimiento de los conocimientos en el proceso docente, con lo cual se potencia el aprendizaje de tales conocimientos y el de las relaciones que existen entre los problemas y los conocimientos a ellos asociados, en el sentido de servir los últimos para resolver los primeros.

Parece claro que la aplicación del procedimiento de la propiedad de solubilidad como estrategia didáctica para estructurar el sistema de conocimientos de una asignatura de matemáticas, presupone de manera implícita o explícita una concepción “no apriorística” del origen de los objetos del conocimiento.<sup>2</sup>

Los vínculos del conocimiento matemático con el desarrollo económico y social de la humanidad pueden producir efectos de motivación para el estudio de la asignatura, sobre todo si se seleccionan convenientemente dentro de la clase de problemas generadores, aquéllos vinculados con la profesión en cuya carrera se inserta la asignatura (o la disciplina). Marie-Lise Peltier (1993) en un análisis de la

trayectoria de la didáctica de las matemáticas en Francia expresó la conveniencia (por su función educativa) de que las “situaciones de aprendizaje” combinen el doble carácter que tienen los conocimientos matemáticos: *instrumento* (en la resolución de un problema) y *objeto* (del saber). En tal sentido, Peltier argumentó que un conocimiento desempeña primeramente el papel de instrumento en la resolución de un problema y sólo entonces puede devenir el objeto del saber.

En la red generadora los problemas se reparten en clases atendiendo el nivel de generalidad con que expresan las necesidades de los nuevos conocimientos. Por su grado de generalidad, pueden ser: problemas *singulares* enunciados en forma de tareas concretas, problemas *particulares* que sintetizan en calidad de generalización los rasgos comunes de los problemas singulares de una clase y, finalmente, los llamados problemas *generales* que son generalizaciones de grupos de problemas particulares.

Los conceptos y procedimientos que se incorporan como nuevas herramientas de solución de un problema particular se establecen con el requisito de invariabilidad, lo que significa una independencia en relación con los sujetos singulares que los utilizan en la solución de la tarea; también, respecto de las propiedades específicas del objeto de cada uno de los problemas singulares que forman parte de la clase.

El análisis que conduce a la abstracción y especialmente la amplia utilización de la *analogía* y la *idealización* hacen posible establecer el problema particular asociado a cada familia o clase de problemas singulares. Cada uno constituye una generalización de las necesidades cognoscitivas esenciales, planteadas en una familia de problemas singulares (Guerrero, 2001).

El método de solución de un problema particular es adecuado para resolver cualquiera de los problemas singulares que subyacen en su respectiva clase, aunque el método precise de ciertas adaptaciones para los casos concretos.

La tríada *conocimiento en uso-nuevas necesidades cognoscitivas-nuevos conocimientos* que marca en sentido general el camino del desarrollo del conocimiento, tiene su manifestación en la génesis y el desarrollo del sistema de los contenidos que se programan en el proceso de aprendizaje. Los subsistemas de problemas particulares son portadores de las contradicciones entre la tesis (conocimiento en uso) y la antítesis (las nuevas necesidades). Por su parte, la síntesis viene dada por las teorías que sistematizan los nuevos conocimientos.

En la Tabla I se resumen los problemas singulares y particulares planteados y los componentes utilizados del modelo didáctico de la teoría, en la implementación de

esta concepción de estructura sistémica de los conocimientos en el tema *Extremos y trazado de curvas*, seleccionado del programa de Matemática II.

Tabla I. Resumen de una red de problemas para el tema *Extremos de funciones (de una y dos variables) y trazado de curvas*

<b>Problemas singulares del tema <i>Extremos y trazado de curvas</i></b>	<b>Problemas particulares</b>	<b>Componentes del conocimiento en el modelo pedagógico de la teoría</b>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Necesidad de determinar máximos rendimientos, peso máximo, etcétera; mínimas pérdidas, mínimo perímetro, etcétera.</li> <li>• Necesidad de determinar: máxima tasa de ganancia, peso promedio en la madurez.</li> <li>• Necesidad de determinar: el modelo de procesos agropecuarios, biológicos y químicos.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Necesidad de trazar gráficos de funciones y analizar sus características fundamentales.</li> <li>• Necesidad de determinar las cantidades y magnitudes máximas y/o mínimas (solución de problemas de optimización).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Extremos, intervalos de monotonía, intervalos de concavidad, puntos de inflexión y asíntotas.</li> <li>• Análisis y trazado de curvas.</li> </ul>
<p>Problema general docente de la asignatura: Modelar –desde el punto de vista cuantitativo– y con la ayuda del cálculo infinitesimal y el método de programación lineal, sistemas de la esfera agropecuaria que se expresan por medio de funciones reales con una y dos variables reales, y sistemas de ecuaciones e inecuaciones lineales.</p>		

**Variable dependiente: La eficiencia de los conocimientos matemáticos alcanzados por los alumnos**

La eficiencia de los conocimientos matemáticos se define como la unidad necesaria que establece el alumno entre los conocimientos, las habilidades y los hábitos específicos de la materia, así como las habilidades y hábitos escolares generales, para aplicarlos en la solución de problemas concretos, lo que presupone adaptar o transformar los procedimientos estudiados al resolver situaciones nuevas.

Para evaluar la eficiencia de los conocimientos en cada uno de los momentos de la experiencia se aplicó una prueba pedagógica, la cual poseía tres secciones designadas como A, B y C. En la sección A se incluyeron ejercicios formales, es decir, aquellos cuyo enunciado indica las operaciones matemáticas que se deben realizar para encontrar la solución. En la sección B se plantearon ejercicios con textos, en los cuales aparecía una “palabra clave” que posibilitó al estudiante



reconocer el modelo matemático de solución. La tercera y última sección, la C, contenía *ejercicios* en forma de problemas, para cuya solución el estudiante debía decidir mediante un análisis de la situación planteada, cuál(es) modelo(s) matemático(s) era conveniente utilizar. En la solución de los ejercicios de la sección C también se le exigió realizar la adecuación del modelo a las circunstancias concretas planteadas; finalmente, resolverlo e interpretar la solución.

La medición de la eficiencia se realizó según las normas de calificación que se presentan en la Tabla II.

Tabla II. Normas de calificación para las tres secciones de la prueba pedagógica aplicada para evaluar la eficiencia de los conocimientos en cada etapa de la experiencia

Norma de calificación	Criterio de medida
<b>Sección A</b>	
No demuestra conocimiento del procedimiento	0
Demuestra conocimiento del procedimiento	1
<b>Sección B</b>	
No resuelve el ejercicio	0
Identifica el modelo matemático necesario para la solución del ejercicio	1
Identifica el modelo matemático necesario para la solución del ejercicio y lo ajusta	2
<b>Sección C</b>	
No resuelve el problema	0
Selecciona un modelo matemático apropiado para la solución del problema	1
Selecciona un modelo matemático apropiado para la solución del problema y lo ajusta	2

El puntaje final para la cuantificación de la eficiencia de los conocimientos se realizó utilizando una escala aditiva, con la cual se ponderó con 2 el total de puntos correspondientes a la sección C.

Finalmente, para medir la eficiencia de los conocimientos que alcanzaron en cada etapa los alumnos, se consideraron las siguientes categorías: (A) de 6 a 7, nivel alto; (M) de 3 a 5, nivel medio; (B) de 0 a 2, nivel bajo.

## Resultados

Los niveles de eficiencia de los conocimientos que alcanzaron los estudiantes por la influencia de las respectivas estructuraciones de los conocimientos (con la

lógica de la exposición y mediante problemas) en el programa de la asignatura Matemática II aparecen en la Tabla III.

Tabla III. Niveles de eficiencia de los conocimientos logrados por los alumnos en ambas estructuraciones (B = 0 a 2, nivel bajo; M = 3 a 5, nivel medio; A = 6 a 7, nivel alto)

Grupo	Número de alumno	Eficiencia relativa a la estructuración		Signo de la diferencia
		Por problema	Según la lógica de exposición	
A	1	B	B	0
	2	B	B	0
	3	M	B	-
	4	B	M	+
	5	B	M	+
	6	M	M	0
	7	A	A	0
	8	M	B	-
	9	M	B	-
	10	M	B	-
	11	M	B	-
	12	M	B	-
	13	M	B	-
	14	M	B	-
	15	M	B	-
	16	M	B	-
	17	M	B	-
	18	M	M	0
	19	M	M	0
	20	M	M	0
	21	M	B	-
B	1	B	M	+
	2	B	B	0
	3	M	B	-
	4	A	A	0
	5	A	A	0
	6	M	M	0
	7	M	M	-
	8	M	B	-
	9	M	B	-
	10	A	M	-
	11	A	M	-
	12	A	M	-
	13	A	B	-
	14	M	B	-
	15	M	B	-
	16	M	B	-
	17	M	B	-
	18	B	B	0
	19	B	B	0

Utilizando la prueba de los signos, encontramos que hubo 23 signos *menos*, 3 signos *más* y 14 casos en que no hubo cambios.

En la hipótesis nula se ha asumido que la probabilidad de obtener un signo *menos* es  $p = 0.05$  contrariamente, en la hipótesis alternativa unilateral la probabilidad se supone que es  $p > 0.50$ . Como hemos analizado, se obtuvieron 23 éxitos en 26 pruebas. Al proceder a aproximar la curva *normal* a la distribución *binomial*, obtuvimos  $z = 3.92$ , y puesto que excede al valor crítico de 2.33 (para una prueba unilateral con un nivel de significación 0.01) se pudo rechazar la hipótesis de nulidad y aceptar la alternativa.

## **Conclusiones**

La experiencia desarrollada ofrece elementos que apuntan a que la variante de estructuración sistémica de los conocimientos por problemas en el programa de asignatura Matemática II de la carrera Ingeniería Agronómica de la Universidad de Guantánamo, tiene mayores efectos en la eficiencia de los conocimientos logrados por los estudiantes, que la estructura sistémica de los conocimientos planteada por medio de la lógica de la exposición de los conocimientos logrados, que utiliza comúnmente la ciencia matemática.

La estructuración de los conocimientos matemáticos en los programas para la formación de profesionales, siguiendo la lógica de la exposición de los conocimientos ya logrados, sólo refleja uno de los dos segmentos del real camino del conocimiento, ya que la presentación del sistema de conocimientos por medio de la exposición sistemática de la ciencia matemática omite el análisis de la génesis y el desarrollo de los nuevos conocimientos; y deja oculto, en muchos casos, la necesidad del surgimiento de los conocimientos y los recursos de solubilidad que aportan las teorías en el procesos de su aplicación en la solución de las clases de problemas.

Por su parte, la estructuración de los conocimientos matemáticos mediante problemas en el programa de la asignatura Matemática II de la carrera de Ingeniería Agronómica modela la lógica hipotético-deductiva y favorece la de la actuación del profesional en la solución de los aspectos cuantitativos de las situaciones problemáticas que se presentan en la correspondiente esfera de actuación.

## Referencias

Engels, F. (1982). *Dialéctica de la naturaleza*. La Habana: Editorial de Ciencias Sociales.

Guerrero, E. (2001). *Una variante para la estructuración del contenido de la disciplina. Análisis Matemático de la carrera Matemática-Computación en los institutos superiores pedagógicos*. Tesis doctoral no publicada. Universidad de Guantánamo, Guantánamo, Cuba.

Peltier, M.-L. (1993). Una visión general de la didáctica de las matemáticas en Francia. *Revista Educación Matemática*, 5 (2), 4-10.

---

<sup>1</sup> En Cuba el diseño de los planes de estudio se realiza sobre la base de la dicotomía centralización-descentralización, que concibe la elaboración centralizada de los principios que rigen dichos planes y la adaptación por cada centro de enseñanza superior de dichos planes a las condiciones concretas de los mismos. En este orden, en los planes vigentes rige el llamado modelo curricular de los procesos conscientes, en el cual se consideran como niveles organizativos del proceso de aprendizaje, los siguientes: la carrera universitaria, la disciplina, las asignaturas y los temas. Cada carrera tiene un número de disciplinas, éstas aglutinan asignaturas que a su vez están conformadas por un número determinado de temas.

<sup>2</sup> Aceptar la objetividad del origen de los conocimientos matemáticos no significa concebir en todos los casos un origen en objetos materiales para ellos; por el contrario, se acepta que en muchos casos los conocimientos de este tipo tienen por origen a otros.