

Un programa de tutoría entre iguales para la resolución de problemas matemáticos

A peer tutoring programme for the mathematical problem solving

 **Clara Bastart Jané** | Universitat Autònoma de Barcelona, España

 **Marta Flores Coll** | Universitat Autònoma de Barcelona, España

Cómo citar: Bastart, C. y Flores, M. (2024). Un programa de tutoría entre iguales para la resolución de problemas matemáticos. *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 26. <https://doi.org/10.24320/redie.2024.26.of.5760>

Resumen

El presente estudio tiene como objetivo principal analizar el desarrollo de la resolución cooperativa de problemas matemáticos de los estudiantes participantes en el programa *Razonar en pareja*, un programa educativo basado en el método cooperativo de tutoría entre iguales. La investigación incluye un estudio cuasi experimental con un pretest y un postest; junto con un enfoque cualitativo que analiza las interacciones entre el alumnado para detectar la influencia del discurso matemático en la variable estudiada. Se observa un progreso en el discurso de los participantes y mejoras estadísticamente significativas para el alumnado en la dimensión de resolución cooperativa de problemas. La influencia positiva de la tutoría entre iguales en el desarrollo de la competencia matemática a través del programa ha quedado apoyada, también, por el presente estudio. Finalmente, se discuten posibles propuestas de mejora del programa.

Palabras clave: Docente, educación infantil, educación primaria, educación secundaria, competencias del docente

Abstract

The main goal of this study is to analyse the development of cooperative mathematical problem solving in students participating in the *Razonar en pareja* programme. It is an educational programme based on the peer tutoring method. The research includes a quasi-experimental study with a pre-test and a post-test. A qualitative approach is also adopted, analysing the interactions between students to detect the influence of mathematical discourse on the variable studied. There is a progress in the participants' discourse and statistically significant improvements are observed for the participating students in the cooperative problem-solving dimension. The positive influence of peer tutoring on the development of mathematical competence through the program has also been supported by this study. Finally, possible proposals to improve the programme are discussed.

Keywords: Education, cooperation, mathematics, problem solving.

I. Introducción

Muchos centros de educación primaria y secundaria presentan, todavía, prácticas educativas basadas en la transmisión unidireccional del conocimiento y la distribución del alumnado en grupos homogéneos (Muntaner et al., 2020). La reticencia a cambiar estas prácticas genera barreras para adoptar estructuras de trabajo de carácter cooperativo que contribuyan a la mejora y enriquecimiento de los procesos de aprendizaje del alumnado (Martínez y López, 2020; Pujolàs, 2003). Los avances en la investigación (Gutiérrez-Vidrio, 2019) y la renovación pedagógica de las últimas décadas (Sanz, 2019), sin embargo, nos llevan a optar por opciones metodológicas orientadas a fomentar el aprendizaje entre iguales (Azorín, 2018) que favorezcan que el alumnado

desarrolle habilidades como aprender a razonar, a dialogar y a defender el propio punto de vista de manera argumentada (Alegre et al., 2019; Serra, 2016).

Una de estas opciones es el método de tutoría entre iguales, que se basa en la formación de parejas de estudiantes con un rol asimétrico, un tutor y un tutorado (Topping, 1998). La pareja de alumnos tiene un objetivo común, conocido y compartido en un marco de interacción previamente estructurado por el docente (Duran y Vidal, 2004). En función de la edad de los participantes podemos distinguir dos tipos de tutoría, la tutoría *cross age*, en la que los participantes tienen edades distintas (con una diferencia no superior a dos años) y la *same age*, en la que los estudiantes que forman la pareja tienen la misma edad (Topping, 1998). En relación con la continuidad del rol se puede trabajar con la modalidad de rol fijo - tutor y tutorado mantienen el rol durante todo el proceso de aprendizaje- o la de rol recíproco -en la que se produce una alternancia entre roles (Fantuzzo et al., 1992). Los beneficios de la tutoría entre iguales han sido plenamente evidenciados y avalados por diferentes autores (Duran, 2014; Topping, 1998; Wankiiri-Hale et al.; 2020; Zaldívar et al., 2018). Por un lado, los tutores aprenden gracias a la tarea específica de enseñar a otros estudiantes (Duran, 2014). Por otro lado, como apuntan Robinson et al. (2005), los tutorados obtienen beneficio pedagógico a partir de las ayudas ajustadas y personalizadas que los tutores les ofrecen.

En el área de matemáticas, igual que en las otras disciplinas, las prácticas pedagógicas basadas en el aprendizaje cooperativo y la tutoría entre iguales facilitan que los estudiantes avancen en su capacidad para interpretar las aportaciones de los otros, justificar argumentos o planificar y revisar procesos (Alegre et al., 2018; Moliner y Alegre, 2022; Rohim y Umam, 2019). Cuando trabajan en grupos reducidos o parejas, en un

marco de interacción estructurado por el docente, desarrollan diferentes estrategias discursivas, como prever los resultados que se obtendrán, decidir entre alternativas o identificar aciertos y errores propios y de otros (Arteaga-Martínez et al., 2020; Rasmussen y Secher, 2022). Asimismo, el perfeccionamiento de las habilidades discursivas y lingüísticas son un predictor significativo de la mejora de las competencias matemáticas y, de manera concreta, del proceso de resolución de problemas (Syukri et al., 2020).

El programa *Razonar en pareja* (Flores et al., 2016) es un programa educativo desarrollado por el Grupo de Investigación sobre Aprendizaje entre Iguales (GRAI, por sus siglas en catalán) de la Universidad Autónoma de Barcelona (UAB) que, empleando la tutoría entre iguales, tiene como objetivo principal desarrollar la competencia matemática en resolución de problemas matemáticos cotidianos. Está inspirado en el programa de tutoría entre iguales *Duolog Math* (Topping et al., 2011), que promueve la discusión entre iguales para la resolución de problemas matemáticos.

El programa se dirige a alumnado de educación básica de entre 8 y 14 años y se desarrolla durante 12 semanas, a razón de dos sesiones semanales de entre 30 y 40 minutos.

Las *Hojas de Actividades* estructuran la interacción de las parejas y definen el proceso de resolución. Así, los primeros 15 minutos se dedican a la comprensión, representación y formulación de hipótesis de la situación matemática planteada y los siguientes 20-25 minutos se dedican a la planificación, resolución y revisión; en línea con los cuatro estadios de resolución de problemas que propone PISA (OCDE, 2013): explorar y

comprender; representar y formular; planificar y ejecutar; y finalmente, revisar y reflexionar. Los apartados que contienen estas *Hojas de Actividades* son: 1) antes de empezar... ¿de qué va este problema? (preguntas previas para hacer emerger conocimientos previos); 2) ¿Qué nos dice el problema? (enunciado e imágenes sobre la situación matemática planteada); 3) Datos; 4) Planificación (espacio para planear las acciones a hacer para poder dar respuesta a la situación planteada); 5) Resolución (espacio para realizar las acciones necesarias para la resolución); 6) Elaboración de respuestas; 7) Revisión final (contiene una lista de preguntas para hacer las comprobaciones necesarias y asegurarse que se ha dado respuesta a todas las preguntas y que son capaces de explicar el proceso seguido y argumentar sus respuestas a otros); 8) Actividades complementarias (están relacionadas con la situación planteada pero no son obligatorias, sirven para regular el ritmo de trabajo de las parejas, no influyen en los resultados finales).

Las situaciones matemáticas que se proponen pertenecen a problemas de la vida cotidiana (situaciones de compras, recibos de suministros, itinerarios a seguir, propuestas de creación de espacios escolares, entre otras) y las preguntas que se plantean son abiertas, sin una respuesta única. Este planteamiento es el que fomenta que las parejas activen estrategias de razonamiento, argumentación y justificación para la toma de decisiones.

Antes de empezar las sesiones del programa se realiza una formación inicial del profesorado y del alumnado con el objetivo de conocer en profundidad las bases del programa, su funcionamiento y el material que se utilizará. En este momento también se administra una prueba individual de resolución de problemas matemáticos (a modo de

pretest) que permite conocer el nivel de competencia inicial del alumnado.

A través del diálogo establecido en el marco de la pareja a lo largo del desarrollo de las sesiones del programa se activan las habilidades de planificación, justificación, argumentación, razonamiento, formulación de preguntas y ofrecimiento de pistas y ejemplos (Huda et al., 2020; Mayoral-Rodríguez et al., 2018). El uso de estrategias discursivas contribuye a la mejora de la competencia matemática en las distintas fases de resolución de problemas (Planas, 2021). Las estructuras cooperativas de trabajo (Torrego y Monge, 2019) son las que facilitan que se pueda establecer un diálogo funcional entre el alumnado para poder mejorar las distintas habilidades apuntadas, y como consecuencia, la mejora de la resolución cooperativa de problemas matemáticos.

Conocemos los beneficios pedagógicos del aprendizaje entre iguales (Hidalgo et al., 2020; Topping, 1998) y la influencia positiva de este último para el enriquecimiento del discurso matemático y la mejora del proceso de resolución de problemas (Planas y Schütte, 2018; Saorin et al., 2019). También sabemos que existe poca literatura relacionada con el papel del discurso en el área de matemáticas (Ibernón, 2017); el principal objetivo del presente estudio es conocer los cambios que se producen en la resolución de problemas matemáticos debido a la participación en el programa *Razonar en pareja*, y observar la evolución del discurso matemático que puede haber contribuido a estos cambios.

II. Método

Objetivo, hipótesis y pregunta de investigación

El objetivo principal del estudio se centra en conocer los cambios producidos en la

resolución de problemas matemáticos a lo largo del desarrollo del programa, así como los factores asociados al discurso matemático del alumnado que pueden explicar estos cambios.

Se opta por un diseño metodológico mixto -combinando diferentes métodos- que nos lleva a dividir el objetivo de investigación diferenciando hipótesis -propias del diseño de carácter cuantitativo-, y preguntas -del proceso de carácter cualitativo (López-Roldán y Fachelli, 2016). Así pues, a partir del objetivo general que orienta la investigación, se concretan la siguiente hipótesis y pregunta de investigación:

Hipótesis: El alumnado participante en el programa *Razonar en pareja*, independientemente del rol que desarrolle, tanto si actúa con el rol de tutor como de tutorado, obtendrá mejoras en la resolución individual de problemas matemáticos. Por este motivo, se espera encontrar diferencias estadísticamente significativas entre el pretest y el posttest de la prueba de resolución de problemas matemáticos.

Pregunta: ¿Qué factores del discurso matemático pueden haber contribuido a los cambios en la resolución de problemas matemáticos del alumnado durante el desarrollo de las sesiones del programa?

Diseño metodológico

Los fenómenos sociales y educativos presentan un carácter complejo y subjetivo que requieren del uso de una metodología de estudio capaz de recoger y plasmar toda la riqueza de su naturaleza (Flores, 2012; Pérez y Moreno, 2019). Existe una multiplicidad de formas de contemplar y conceptualizar la realidad educativa. Este hecho lleva a que el presente estudio plantee un diseño mixto secuencial explicativo (Creswell, 2015). Este

tipo de diseño, siguiendo las recomendaciones actuales de la investigación psicoeducativa, combina un diseño cuasi experimental pretest y posttest con un estudio cualitativo basado en el análisis de los diferentes componentes del proceso, para ayudar a interpretar los posibles cambios cuantitativos constatados y poder conocer el porqué de estos cambios a través de los agentes implicados en el proceso. El uso de métodos mixtos para los estudios de investigación permite obtener los beneficios propios de los métodos cuantitativos y cualitativos (Ramírez-Montoya y Lugo-Ocando, 2020).

Participantes

La muestra del estudio se compone de 81 alumnos, de entre 9 y 13 años, pertenecientes a cuatro grupos clase de cuatro centros públicos de educación básica que formaron parte de la red de centros del programa *Razonar en pareja* (Flores et al., 2016) de Cataluña el curso 2018-19 (Tabla 1). La edad media de los participantes es de 11,3 años.

De cada uno de los 4 grupos clase participantes se escoge una pareja de alumnos a quien se gravó en 5 sesiones a lo largo del desarrollo del programa y de cuyo trabajo y participación se extraen los datos para el análisis cualitativo y responder a la pregunta planteada inicialmente. Los maestros que forman parte de la muestra son 1 por centro, 4 en total.

Los centros participantes se han escogido siguiendo criterios de diversidad y representatividad. La submuestra de las 4 parejas se ha escogido teniendo en cuenta aspectos de diversidad en el desarrollo de la competencia objeto de estudio, para conseguir una muestra heterogénea en el ámbito del aprendizaje y las habilidades. El número de sesiones de desarrollo del programa que llevaron a cabo los centros

educativos son una media de 16 sesiones. Todos los centros participantes en la investigación optaron por una modalidad de tutoría fija.

Tabla 1. Muestra de estudio

	Muestra de alumnado N (edad)	Submuestra de parejas N	Docentes participantes
Centro 1	21 (12-13a)	1 (Alumnos 1 y 2)	1 (Docente 1)
Centro 2	21 (12-13a)	1 (Alumnos 3 y 4)	1 (Docente 2)
Centro 3	19 (9-10a)	1 (Alumnos 5 y 6)	1 (Docente 3)
Centro 4	20 (10-11a)	1 (Alumnos 7 y 8)	1 (Docente 4)
TOTAL	81 (11'3a)	4	4

Instrumentos de recogida y análisis de datos

Los instrumentos de recogida y análisis de datos utilizados en la investigación se presentan de manera sintetizada en la Tabla 2. A continuación, se realiza una explicación y justificación de cada uno de ellos.

Tabla 2. Instrumentos de recogida y análisis de datos

Diseño/Análisis	Instrumento	Medida	Agentes	Uso	Análisis de datos
Casi experimental	Prueba individual de resolución de problemas matemáticos	Resolución individual de problemas matemáticos	Alumnado: tutores y tutorados	Pretest y posttest	SPSS Statistics
Proceso	Grabación de audio de 5 sesiones de resolución cooperativa de problemas matemáticos	Discurso matemático	Submuestra de 4 parejas de alumnos	Proceso	Atlas.ti
	Entrevistas en profundidad	Resolución de problemas y discurso matemático	Submuestra de 4 parejas de alumnos y 4 docentes	Final	Atlas.ti

Prueba individual de resolución de problemas matemáticos inicial y final: consta de un problema que plantea una situación matemática del entorno cotidiano y que admite

respuestas abiertas, tal como se propone desde el enfoque competencial del programa (Flores et al., 2016); se utiliza a condición pretest-postest. Los problemas de ambas pruebas (pre y postest) son similares en cuanto a complejidad, pero presentan diferencias de planteamiento para evitar que los resultados del postest se vean condicionados por el hecho de que el alumnado recuerde la situación planteada en el pretest. Los 81 alumnos participantes resuelven la prueba de manera individual para conocer el nivel de competencia y las diferencias entre pretest y postest. Las pruebas realizadas son ajustadas al nivel del alumnado en función de la edad y el nivel educativo al que pertenecen y corregidas y puntuadas a través de una rúbrica (Flores et al., 2016). Los resultados obtenidos son analizados mediante la prueba *t de Student para muestras relacionadas* del programa SPSS Statistics 26.0.

Registro de las sesiones: se hacen grabaciones en audio de 5 sesiones desde el inicio al final del programa en las semanas 1, 2, 4, 6 y 8. El total de sesiones grabadas, 20, representa el 33% del número total de sesiones desarrolladas. Con la información obtenida se realiza un análisis del discurso matemático y de la interacción establecida entre las parejas de alumnos a través de un sistema de categorías que se detalla más adelante. La información es analizada mediante el programa Atlas.ti v6.2.

Entrevistas en profundidad: se realizan al final del desarrollo del programa. Están conformadas por 10 preguntas abiertas que promueven las reflexiones de los participantes, tanto alumnado como profesorado. Permiten conocer la valoración final de los docentes y de los estudiantes sobre las aportaciones del programa en el proceso de aprendizaje de resolución de problemas matemáticos y los factores del discurso que los pueden explicar. La estructura de la entrevista es igual para los docentes y los alumnos,

a pesar de que se utiliza un lenguaje ajustado a las características de la submuestra. Se trata de un instrumento explicativo que permite triangular la información obtenida e incluir la voz de los participantes del estudio al proceso de investigación. La información obtenida es analizada mediante el programa Atlas.ti v6.2.

Procedimiento

El proceso de desarrollo del programa y recogida de datos se llevó a cabo durante el curso académico 2018-2019 y está dividido en tres fases. La fase inicial empieza en el primer trimestre del curso. Comprende la preparación de los docentes y los materiales, incluyendo la primera sesión de formación del profesorado que desarrolla el programa en los centros respectivos. También se realiza la recogida de datos iniciales de los centros participantes en el proyecto -información general del centro y previsión de los aspectos a considerar para el desarrollo de las sesiones. Durante esta primera fase se hace la elección de los centros que participan en el estudio. Se propone a los centros la participación voluntaria y, en cada uno de los centros seleccionados, se elige la muestra y la submuestra siguiendo los criterios de diversidad expuestos anteriormente. A continuación, se gestionan los trámites para la firma del consentimiento de grabación del alumnado por parte de las familias. Una vez cerrado este proceso, se administra la prueba individual de resolución de problemas matemáticos del alumnado participante en formato pretest.

La fase intermedia ocurre durante el desarrollo del programa a partir del mes de enero, en el segundo trimestre del curso. Cuando los docentes conocen el funcionamiento del programa, y después de hacer la revisión y organización del material que se utilizará durante las sesiones, se inicia la formación inicial del alumnado. El objetivo es que

participen significativamente en el programa, teniendo en cuenta la distribución de los roles y las tareas por realizar. Con esta formación se llega a la segunda fase de la investigación: las sesiones de resolución cooperativa de problemas matemáticos y la recogida de datos mediante las grabaciones de audio de las parejas. La grabación es de una submuestra de 4 parejas pertenecientes a los 4 centros participantes y que son registradas en 5 momentos del desarrollo del programa (1ª, 4ª, 8ª, 12ª y 16ª sesiones).

Al final del tercer trimestre del curso académico y cuando ya han finalizado las sesiones de tutoría entre iguales se vuelve a administrar la prueba individual de resolución de problemas matemáticos a modo de postest. En esta fase final se realizan las entrevistas en profundidad que permiten recoger las valoraciones y reflexiones de la submuestra de docentes y parejas de alumnos sobre sus percepciones de la influencia del programa en el proceso de resolución de problemas matemáticos y en el discurso matemático.

Análisis y tratamiento de los datos

El análisis de los datos cuantitativos obtenidos a través de la prueba individual de resolución de problemas matemáticos, y que permite dar respuesta a la hipótesis inicial, se hace mediante la prueba *t de student para muestras relacionadas*, utilizando el programa SPSS Statistics versión 26.0.

Para poder dar respuesta a la pregunta de investigación es necesario llevar a cabo el análisis del proceso. Para ello se dispone del registro de 5 sesiones de 4 parejas.

Para realizar el análisis primero se transcriben los veinte registros de audio correspondientes a las sesiones de desarrollo del programa. Paralelamente, se diseña un sistema de categorías basado en la revisión de la literatura (Flores et al., 2017; Flores

et al., 2016; Sánchez-Cano y Gràcia, 2018). A continuación, se analizan las transcripciones mediante el programa Atlas.Ti, usando el sistema de categorías preestablecidas. Finalmente, durante el proceso de categorización y codificación se detectan nuevos enunciados que llevan a crear categorías emergentes ad hoc, incorporadas al sistema preestablecido.

El sistema de categorías utilizado para el análisis del proceso se diseña con base en las aportaciones de Sánchez-Cano y Gràcia (2018), y se ajusta a los segmentos temporales del programa *Razonar en pareja* (Flores et al., 2016). Las categorías de análisis son las siguientes: dar información (Tabla 3), pedir información (Tabla 4), regular el comportamiento (Tabla 5), fórmulas de interacción (Tabla 6) y función lingüística (Tabla 7). Cada una de ellas se concretan con indicadores que hacen referencia a las actuaciones específicas de la pareja durante la interacción.

En la primera categoría se reúnen las intervenciones asociadas a la interacción de la pareja que pueden relacionarse con la explicitación de cómo ha entendido cada alumno el problema, la explicación de las situaciones ambiguas, el acuerdo sobre los datos y las actuaciones necesarias. En definitiva, comunicar a la pareja aspectos concretos del proceso de resolución.

Tabla 3. Indicadores de la categoría *dar información*

Segmento temporal	Indicadores
1.1 Inicio sesión	Explican de manera objetiva el enunciado recordando los datos Explican lo que han entendido
1.2 Desarrollo sesión	1.2.1 Determinan la trayectoria que se debe seguir 1.2.2 Establecen las operaciones que se deben hacer
1.3 Final sesión	1.3.1 Formulan hipótesis sobre los resultados 1.3.2 Revisan el proceso

La segunda categoría hace referencia a las intervenciones asociadas a la interacción de la pareja que pueden relacionarse con la comprobación de la comprensión de los problemas o la realización de preguntas de tanteo o hipótesis. En definitiva, formular preguntas o cuestiones a la pareja asociadas a dudas genéricas o específicas del proceso de resolución.

Tabla 4. Indicadores de la categoría *pedir información*

Segmento temporal	Indicadores
2.1 Inicio sesión	2.1.1 Establecen los datos necesarios y accesorios
2.2 Desarrollo sesión	2.2.1 Determinan los pasos a seguir 2.2.2 Se cuestionan por qué es necesario seguir los pasos establecidos
2.3 Final sesión	2.3.1 Se formulan hipótesis alternativas

Sabemos que el proceso de regulación de la actividad conjunta por parte de los alumnos es indispensable para su proceso de aprendizaje. Por ello, la tercera categoría hace referencia a las intervenciones asociadas a la interacción de la pareja, que pueden relacionarse con la concreción de la toma de decisiones sobre los diferentes procesos a emprender. Se refiere, pues, a sistemas de autorregulación de las actuaciones que gestionan cada uno de los miembros de la pareja.

Tabla 5. Indicadores de la categoría *regular el comportamiento*

Segmento temporal	Indicadores
3.1 Inicio sesión	3.1.1 Acuerdan las operaciones necesarias para resolver el problema 3.1.2 Recuerdan el rol que tienen que desarrollar cada uno
3.2 Desarrollo sesión	3.2.1 Prevén las operaciones necesarias para resolver el problema 3.2.2 Se ofrecen pistas para orientar la resolución 3.2.3 Se ofrecen ejemplos para orientar la resolución 3.2.4 Se formulan preguntas para orientar la resolución 3.2.5 Determinan qué se debe tener en cuenta para realizar las operaciones
3.3 Final sesión	3.3.1 Discuten hasta qué punto es lógico y posible un determinado resultado

La cuarta categoría hace referencia a los enunciados concretos y explícitos que la pareja expresa para organizar las distintas fases del proceso de resolución de problemas. Nos

estamos refiriendo a expresiones del tipo: *¿Cómo lo has hecho? ¿Qué operaciones has realizado? Vale... ¿Quieres decir? ¿Lo comprobamos? ¿Lo revisamos?*

Tabla 6. Indicadores de la categoría *fórmulas de interacción*

Segmento temporal	Indicadores
4.1 Inicio sesión	4.1.1 Se formulan preguntas para poder explicitar los pasos seguidos
4.2 Desarrollo sesión	4.2.1 Establecen momentos de comprobación durante el proceso 4.2.2 Establecen momentos de revisión durante el proceso
4.3 Final sesión	4.3.1 Establecen sistemas de revisión de los resultados

Conocemos, también, la importancia de los elementos discursivos en relación al proceso de resolución de problemas matemáticos. Así pues, dentro de la última categoría se incluyen las intervenciones asociadas a la interacción de la pareja que pueden relacionarse con los elementos comunicativos propios del proceso de resolución de problemas. Como, por ejemplo, la argumentación.

Tabla 7. Indicadores de la categoría *función lingüística*

Segmento temporal	Indicadores
5.1 Inicio sesión	5.1.1 Parafrasean el enunciado 5.1.2 Interpretan el texto dado
5.2 Desarrollo sesión	5.2.1 Se cuestionan los procesos y operaciones que desarrollan
5.3 Final sesión	5.3.1 Realizan una síntesis del itinerario seguido 5.3.2 Acuerdan y explican el resultado dado

III. Resultados

Resultados del estudio cuasi experimental

En la Tabla 8 se muestran los resultados obtenidos en la variable de resolución de problemas matemáticos. La prueba *t de Student para muestras relacionadas* indica que la media del pretest es más baja que la del posttest, y la diferencia entre ambas es estadísticamente significativa ($p < .05$). Por lo cual, podemos concluir que hay una mejora

general del proceso de resolución de problemas matemáticos y podemos aceptar la hipótesis establecida al inicio del estudio: el alumnado participante en el programa *Razonar en pareja*, tanto si son tutores como tutorados, obtiene mejoras en la resolución individual de problemas matemáticos.

Tabla 8. Resultados pretest y postest de resolución individual de problemas matemáticos

Variable	N	M pretest	SD	M postest	SD	t	p
Resolución individual de problemas matemáticos	81	46.67	25.67	61.64	22.40	5.563	.000

Resultados y discusión del análisis del proceso

La comparación de las cinco categorías de análisis en relación con el discurso matemático (Tabla 9), susceptibles de generar cambios en la resolución cooperativa de problemas matemáticos, muestra que la categoría relacionada con la *regulación del comportamiento* obtiene una frecuencia claramente superior (36.28%) al resto de categorías. La categoría *fórmulas de interacción* es la que presenta una frecuencia menor (6.19%), siendo las categorías *dar información* (25.22%), *pedir información* (20.35%) y *función lingüística* (27%) las porcentualmente intermedias.

Tabla 9. Frecuencias y porcentajes totales de las categorías de análisis del discurso matemático que pueden apuntar diferencias significativas en la resolución de problemas matemáticos

Categorías	f	% de f
D1. Dar información	57	25.22
D2. Pedir información	46	20.35
D3. Regular el comportamiento	82	36.28
D4. Fórmulas de interacción	14	6.19
D5. Función lingüística	27	11.95
Total	226	100

Nota: D hace referencia a Discurso Matemático.

Dentro de la categoría que tiene más frecuencia (Tabla 10) *-regular el comportamiento* (36.28%)-, observamos que los indicadores más recurrentes se asocian al *ofrecimiento*

de pistas (8.85%) y a la formulación de preguntas (7.96%), mientras que discutir hasta qué punto es lógico y posible uno determinado resultado (0.88%) es el indicador con menor frecuencia.

Tabla 10. Resultados de los indicadores de la categoría *regular el comportamiento*

Categorías e indicadores		f	% de f
D3. Regular el comportamiento		82	36.28
3.1 Inicio sesión	3.1.1 Acuerdan las operaciones necesarias para resolver el problema	13	5.75
	3.1.2 Recuerdan el rol que tienen que desarrollar cada uno	7	3.10
3.2 Desarrollo sesión	3.2.1 Prevén las operaciones necesarias para resolver el problema	8	3.54
	3.2.2 Se ofrecen pistas para orientar la resolución	20	8.85
	3.2.3 Se ofrecen ejemplos para orientar la resolución	7	3.10
	3.2.4 Se formulan preguntas para orientar la resolución	18	7.96
	3.2.5 Determinan qué se debe tener en cuenta para realizar las operaciones	7	3.10
3.3 Final sesión	3.3.1 Discuten hasta qué punto es lógico y posible un determinado resultado	2	0.88

En cuanto a la segunda categoría (Tabla 11), *-dar información (25.22%)*-, *determinar la trayectoria que hay que seguir y establecer las operaciones que hay que hacer* son los indicadores con frecuencias más elevadas (7.96% cada uno). Los indicadores que presentan menor frecuencia son *revisar el proceso (1.33%)* y, con ninguna intervención observada, *formular hipótesis sobre el resultado (0%)*.

Tabla 11. Resultados de los indicadores de la categoría *dar información*

Categorías e indicadores	f	% de f
D1. Dar información	57	25.22

Inicio sesión	Explican de manera objetiva el enunciado recordando los datos	10	4.42
	1.1.2 Explican lo que han entendido	8	3.54
1.2 Desarrollo sesión	1.2.1 Determinan la trayectoria que se debe seguir	18	7.96
	1.2.2 Establecen las operaciones que deben hacer	18	7.96
1.3 Final sesión	1.3.1 Formulan hipótesis sobre los resultados	0	0.00
	1.3.2 Revisan el proceso	3	1.33

Respecto a la tercera categoría con mayor frecuencia (Tabla 12) -*pedir información* (20.35%)-, de los cuatro indicadores correspondientes, dos obtienen frecuencias elevadas: *determinar los pasos a seguir* (10.62%) y *cuestionarse porque hay que seguirlos* (7.08%). Los otros dos: *establecer los datos necesarios y accesorios* y *formular hipótesis alternativas*, obtienen frecuencias inferiores, del 2.21% y del 0.44%, respectivamente.

Tabla 12. Resultados de los indicadores de la categoría *pedir información*

Categorías e indicadores		f	% de f
D2. Pedir información		46	20.35
Inicio sesión	2.1.1 Establecen los datos necesarios y accesorios	5	2.21
2.2 Desarrollo sesión	2.2.1 Determinan los pasos a seguir	24	10.62
	2.2.2 Se cuestionan por qué es necesario seguir los pasos establecidos	16	7.08
2.3 Final sesión	2.3.1 Se formulan hipótesis alternativas	1	0.44

En cuanto a la *función lingüística* (11.95%) -Tabla 13-, el indicador con la frecuencia más elevada es *parfrasear el enunciado* (4.87%) y el de menor frecuencia hace referencia a *sintetizar el itinerario seguido* (0.44%).

Tabla 13. Resultados de los indicadores de la categoría *función lingüística*

Categorías e indicadores		f	% de f
D5. Función lingüística		27	11.95

Inicio sesión	5.1.1 Parafrasean el enunciado	11	4.87
	5.1.2 Interpretan el texto dado	6	2.65
5.2 Desarrollo sesión	5.2.1 Se cuestionan los procesos y operaciones que se desarrollan	6	2.65
5.3 Final sesión	5.3.1 Realizan una síntesis del itinerario seguido	1	0.44
	5.3.2 Acuerdan y explican el resultado dado	3	1.33

En referencia a la última categoría (Tabla 14) *-fórmulas de interacción (6.19%)*-, *formular preguntas para poder explicitar los pasos seguidos* es el indicador con mayor frecuencia (2.65%), y *establecer sistemas de revisión de resultados* es el que presenta un porcentaje menor (0.88%).

Tabla 14. Resultados de los indicadores de la categoría *fórmulas de interacción*

Categorías e indicadores		f	% de f
D4. Fórmulas de interacción		14	6.19
Inicio sesión	4.1.1 Se formulan preguntas para poder explicitar los pasos seguidos	6	2.65
4.2 Desarrollo sesión	4.2.1 Establecen momentos de comprobación durante el proceso	3	1.33
	4.2.2 Establecen momentos de revisión durante el proceso	3	1.33
4.3 Final sesión	4.3.1 Establecen sistemas de revisión de los resultados	2	0.88

Estos resultados sugieren que las intervenciones más frecuentes son aquellas que pueden relacionarse con la organización pautada del problema, y que requieren que los alumnos *pidan y den información* (D1 y D2). Junto con esta organización, la estructuración de la interacción entre tutor y tutorado -propia de la tutoría entre iguales- permite que se produzcan intervenciones que no se limitan solo a las tareas concretas, como por ejemplo ofrecer pistas o formular preguntas. El comentario de un docente y una alumna tutora en la entrevista en profundidad evidencia estas intervenciones.

Docente 1: “[...] claro, al principio están muy pendientes de qué tengo que poner aquí... están más pendientes de otras cosas, quizás de la estructura del programa... después esto cambia [...]”

Alumna 7: “Sí... cuando le voy explicando él me va haciendo preguntas y yo... lo entiendo más y se lo puedo explicar de una manera recta y todo...”

Aun así, los resultados también muestran que algunos indicadores aparecen con poca frecuencia, sobre todo aquellos que hacen referencia a hacer hipótesis o planificar (D1.3.1 y D2.3.1) y a la revisión y monitorización del proceso (D1.3.2, D3.3.1, D4.2.1, D4.2.2, D4.3.1 y D5.3.1). Probablemente, esto se debe al hecho de que el alumnado tiende a priorizar la resolución del problema, sin abordar cuidadosamente las tareas de planificación y revisión.

Se puede identificar una cierta tendencia al aumento del número de intervenciones a lo largo de las sesiones (Tabla 15) para cada categoría. Centrándonos en cada una de ellas, las referentes a *dar información* y a la *función lingüística* muestran una evolución variable a lo largo de las cinco sesiones, sin poder identificar ninguna tendencia. La categoría referente a *pedir información* muestra un aumento considerable de frecuencia entre la primera y la segunda sesión (de 3 a 11 intervenciones), y se mantiene bastante estable durante las sesiones siguientes.

En cuanto a la *regulación del comportamiento* muestra una frecuencia estable a lo largo de las sesiones, a pesar de que en comparación con el resto el porcentaje de intervenciones tiende a disminuir (de 47.37% a 27.66%). La categoría *fórmulas de interacción* muestra una tendencia al aumento, tanto en la frecuencia de intervenciones

a lo largo de las sesiones, como en comparación del resto de categorías (de 2.63% a 8.51%).

Tabla 15. Evolución de las frecuencias y porcentajes de las categorías de análisis del discurso matemático

Categorías	Sesión 1		Sesión 2		Sesión 3		Sesión 4		Sesión 5	
	<i>f</i>	% de <i>f</i>								
D1. Dar información	12	31.58	5	15.15	12	23.53	18	31.58	10	21.28
D2. Pedir información	3	7.89	11	33.33	9	17.65	12	21.05	11	23.40
D3. Regular el comportamiento	18	47.37	14	42.42	18	35.29	19	33.33	13	27.66
D4. Fórmulas de interacción	1	2.63	2	6.06	3	5.88	4	7.02	4	8.51
D5. Función lingüística	4	10.53	1	3.03	9	17.65	4	7.02	9	19.15
Total	38	100	33	100	51	100	57	100	47	100

Se observa una tendencia al aumento en algunas categorías mientras que en otras se produce una oscilación y en algunas, una disminución. Este hecho puede responder a la apropiación y flexibilización del programa que realizan las parejas a medida que va avanzando el desarrollo de sesiones. Así lo comenta un docente en la entrevista en profundidad final:

Docente 4: *“Esta balanza entre el trabajo del tutor y del tutorado permite que los dos vayan aprendiendo. O sea que en principio... ha ido muy bien el programa.”*

La tendencia a disminuir la proporción de intervenciones de *regulación del comportamiento* (D3) podría explicarse por el aumento de otras categorías: *pedir información* (D2) y *fórmulas de interacción* (D4). El aumento de estas dos últimas entre la primera y la última sesión puede atribuirse al incremento de la seguridad y la confianza de los alumnos hacia el funcionamiento del programa y su relación de interdependencia

como tutor y tutorado en la resolución de los problemas matemáticos. Los comentarios de docentes y alumnado en las entrevistas en profundidad apoyan esta posible explicación:

Docente 4: *“Eh... pues todo lo que sea trabajar en pareja y eh... la ayuda que puede haber entre un tutor y un tutorado siempre... siempre es bienvenida... me... (ríe)... me... claro... en principio siempre este trabajo es colaborativo... es cooperativo.... así que en un principio sí que se observó que había dificultades para trabajar en pareja, pero poco a poco este trabajo se fue acoplando...”*

Alumno 6: *“Hemos mejorado! Porque... a mi antes... antes... no se me daban bien los problemas... ¡ahora ya sí!”*

Alumna 7: *“Yo le decía, ¿seguro que es esto? Y él decía no sé... era muy tímido... al cabo de unas sesiones ya... preguntaba y decía... esto, ¿estás segura? A lo mejor cuando habéis grabado a lo mejor no... pero sí que lo ha hecho... [...] Yo... antes... cuando lo preparaba en casa... como que no tenía a nadie que me preguntara... y me dijera... ¿esto es seguro...? tal... no sé qué... Mmm... no estaba tan segura... yo ponía lo que... yo creía, ¿no? Pero el hecho de que esté él y que me pregunte cómo... si esto está bien o... las preguntas que yo... me tengo que asegurar y él también... pues es un paso para que nos salga mejor toda la hoja.*

IV. Discusión y conclusiones

Los resultados de investigación obtenidos muestran que el programa *Razonar en pareja* (Flores et al., 2016) contribuye a la mejora de la competencia en resolución de problemas

matemáticos, probablemente debido a las oportunidades de desarrollo del discurso matemático del alumnado en formato de tutoría entre iguales. Estos resultados se encuentran alineados con investigaciones anteriores, que destacan los beneficios de las estructuras cooperativas de aprendizaje y los procesos de interacción para resolver situaciones matemáticas (Bakker et al., 2015; Mallart y Deulofeu, 2017). El análisis del discurso matemático nos ayuda a explicar las mejoras en la competencia matemática del alumnado.

El elevado grado de estructuración de la actividad, a través del planteamiento de los problemas que organiza el proceso de resolución y a través de la interacción externamente estructurada entre tutor y tutorado -propia de la tutoría entre iguales (Duran y Vidal, 2004)-, genera intervenciones ajustadas a esta organización, sobre todo al inicio de la implementación del programa. A medida que van avanzando las sesiones de desarrollo del programa, se observa que el alumnado participante se apropia de la estructura de interacción y enriquece los diálogos (Person y Graesser, 1999). Muestra de esto es la tendencia general al aumento en las intervenciones del discurso matemático, centradas en el incremento de las categorías *pedir información*, *fórmulas de interacción* y *función lingüística*.

Aun así, algunos indicadores que la literatura considera importantes para la resolución de problemas -planificar, hacer hipótesis (Serra, 2016) y revisar el proceso seguido (Díaz et al., 2018)- aparecen con frecuencias muy bajas. Para conseguir aumentar la presencia de estos tipos de intervenciones, se propone una instrucción explícita por parte del docente, que modele cómo llevarlas a cabo y destaque su importancia para el proceso de resolución. También sería necesario ampliar el material didáctico del programa e

incluir guías explícitas para el alumnado con el objetivo de orientar de manera más ajustada las estrategias de planificación y revisión.

Finalmente, cabe destacar que los resultados del estudio apuntan que existe una interrelación estrecha entre los dos constructos abordados: resolución cooperativa de problemas y discurso matemático. Tal como manifiestan los participantes -docentes y alumnos-, el discurso matemático y el uso del lenguaje tienen una función vertebradora para el desarrollo de competencias matemáticas. Parece acertada la importancia que la perspectiva socioconstructivista otorga al lenguaje, para pensar junto a otras personas (Mercer, 2001) y para regular el propio pensamiento (Vygotsky, 1979), también en el ámbito de las matemáticas (Lein et al., 2020; Rubio, 2019).

De las conclusiones extraídas se establece una línea principal de mejora del programa: el trabajo explícito de estrategias de resolución de problemas centradas en el proceso de planificación, la formulación de preguntas, el andamiaje a través de pistas y la revisión de todo el proceso seguido. De esta manera se promueve que el alumnado perfeccione y enriquezca el discurso matemático y, finalmente, que mejore aún más la competencia en resolución de problemas matemáticos. Las líneas de investigación futuras podrían centrarse en el estudio específico de las estrategias de resolución de problemas matemáticos como herramientas potentes para la mejora del proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Contribución de autoría

Clara Bastart Jané: Concepción y diseño, Recopilación de datos, Metodología, Análisis e interpretación de datos, Redacción de artículo.

Marta Flores Coll: Concepción y diseño, Metodología, Análisis e interpretación de datos, Revisión del artículo.

Declaración de no conflicto de intereses

Los autores declaran no tener conflicto de intereses.

Fuente de financiamiento

No existe fuente de financiamiento para este artículo.

Referencias

- Alegre, F., Moliner, L., Gil, L. y Maroto, A. (2018). Peer Tutoring and Academic Achievement in Mathematics: A Meta-Analysis. *Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(1), 337-354. <https://doi.org/10.12973/ejmste/79805>
- Alegre, F., Moliner, L., Maroto, A. y Lorenzo-Valentin, G. (2019). Peer tutoring and mathematics in secondary education: literature review, effect sizes, moderators, and implications for practice. *Elsevier*, 5(9), 1-8. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2019.e02491>
- Arteaga-Martínez, B., Marcías, J. y Pizarro, N. (2020). La representación en la resolución de problemas matemáticos: un análisis de estrategias metacognitivas de estudiantes de secundaria. *Uniciencia*, 34(1), 263-280. <https://doi.org/10.15359/ru.34-1.15>
- Azorín, C. M. (2018). El método de aprendizaje cooperativo y su aplicación en las aulas. *Perfiles educativos*, 40(161), 181-194. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0185-26982018000300181
- Bakker, A., Smit, J. y Wegerif, R. (2015). Scaffolding and dialogic teaching in mathematics education: Introduction and review. *ZDM Mathematics Education*, 47(7), 1047-1065. <http://doi.org/10.1007/s11858-015-0738-8>
- Creswell, J. W. (2015). *A concise introduction to mixed methods research* [Una introducción concisa a la investigación con métodos mixtos]. Sage.

- Díaz, Y. B., Fragozo, I. C., González, E. J. y Villanueva R. D. (2018). *Reflexión de la práctica docente a partir del texto expositivo como recurso pedagógico para la resolución de situaciones problema en las áreas de lenguaje y matemáticas de la institución educativa Silvestre Francisco Dangond Daza* [Trabajo de final de grado, Universidad de La Sabana]. <http://hdl.handle.net/10818/35267>
- Duran, D. (2014). *Aprender a enseñar: Evidencias e implicaciones educativas de aprender enseñando*. Narcea.
- Duran, D. y Vidal, V. (2004). *Tutoría entre iguales: De la teoría a la práctica. Un método de aprendizaje cooperativo para la diversidad en secundaria*. Graó.
- Fantuzzo, J. W., King, J. A. y Heller, L. R. (1992). Effects of reciprocal peer tutoring on mathematics and school children: A component analysis. *Journal of Educational Psychology*, 84(3), 331-339. <https://doi.org/10.1037/0022-0663.84.3.331>
- Flores, M. (2012). *Llegim en parella: Influència de la tutoria entre iguals en la comprensió i l'autoconcepte lector* [Tesis doctoral, Universidad Autónoma de Barcelona]. <https://ddd.uab.cat/record/114308?ln=ca>
- Flores, M., Bravo, M. y Duran, D. (2017). Medir el autoconcepto en la resolución cooperativa de problemas. *Suma: Revista sobre Enseñanza y Aprendizaje de las Matemáticas*, (86), 11-18.
- Flores, M., Duran, D. y Albarracín, L. (2016). *Razonar en pareja: Tutoría entre iguales para la resolución cooperativa de problemas cotidianos*. Horsori.
- Gutiérrez-Vidrio, S. (2019). Reflexiones metodológicas en torno al estudio de las representaciones sociales. Su relevancia para la investigación educativa. *Revista*

iberoamericana de Educación Superior, 10(29), 105-123.

<https://doi.org/10.22201/iisue.20072872e.2019.29.525>

Hidalgo, M. C., Carrasco-Velaz, R. y Díaz-Bravo, T. (2020). La tutoría entre iguales desde una nueva perspectiva. *Revista Cubana de Educación Superior*, 39(1).

<http://www.rces.uh.cu/index.php/RCES/article/view/355>

Huda, S., Munifah, K. y Umam, R. (2020). Think Talk Write (TTW) Learning Model on Thinking Skills, Creativity, and Problem Solving. *Üstün Zekalılar Eğitimi ve Yaraticılık Dergisi*, 7(1), 22-31.

<http://repository.iainkediri.ac.id/105/1/Think%20Talk%20Write.pdf>

Ibernón, J. (2017). *Rendimiento académico y competencia matemática: Un estudio en educación secundaria* [Tesis doctoral, Universidad de Murcia].

<https://digitum.um.es/digitum/handle/10201/55765>

Lein, A. E., Jitendra, A. K. y Harwell, M. R. (2020). Effectiveness of mathematical word problem-solving interventions for students with learning disabilities and/or mathematics difficulties: A meta-analysis. *Journal of Educational Psychology*, 112(7), 1388-1408. <https://doi.org/10.1037/edu0000453>

López-Roldán, P. y Fachelli, S. (2016). *Metodología de la investigación social cuantitativa*. Universidad Autónoma de Barcelona.

<https://ddd.uab.cat/record/129382>

Mallart, A. y Deulofeu, J. (2017). Estudio de indicadores de creatividad matemática en la resolución de problemas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 20(2), 193-222. <http://doi.org/10.12802/relime.17.2023>

- Martínez, A. y López, M. (2020). La investigación educativa y el compromiso con la equidad, la justicia, la pertinencia y el aprendizaje continuo. *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, 50(2), 5-8. <https://doi.org/10.48102/rlee.2020.50.2.68>
- Mayoral-Rodríguez, S., Timoneda-Gallart, C. y Pérez-Álvarez, F. (2018). Eficacia del aprendizaje experiencial para mejorar la planificación cognitiva y su repercusión en la resolución de problemas y el rendimiento matemático. *Cultura y Educación*, 30(2), 308-337. <https://doi.org/10.1080/11356405.2018.1457609>
- Mercer, N. (2001). *Palabras y mentes: Cómo usamos el lenguaje para pensar juntos*. (G. Sánchez-Barberán, Trad.). Paidós. (Obra original publicada en 2000)
- Moliner, L. y Alegre, F. (2022). Peer tutoring in middle school mathematics: academic and psychological effects and moderators. *Educational Psychology*, 42(8) 1-18. <https://doi.org/10.1080/01443410.2022.2112148>
- Muntaner, J. J., Pinya, C. y Mut, B. (2020). El impacto de las metodologías activas en los resultados académicos: un estudio de caso. *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado*, 24(1), 1-19. <https://doi.org/10.30827/profesorado.v24i1.8846>
- Organisation for Economic Cooperation and Development (2013). *PISA 2015: Draft collaborative problem-solving framework*. <https://bit.ly/3VCpDhQ>
- Pérez, D. C. y Moreno, R. L. (2019). La investigación cualitativa: un camino para interpretar los fenómenos sociales. En J. Mendoza y N. Esparragoza (Coords.), *Educación: aportaciones metodológicas* (pp. 85-101). Universidad Estatal de Oriente, A.C.

<https://www.uo.edu.mx/sites/default/files/revista/recurso/Educacion%20-%20aportaciones%20metodol%C3%B3gicas.pdf>

- Person, N. K. y Graesser, A. G. (1999). Evolution of discourse during cross-age tutoring. En A. M. O'Donnell y A. King (Eds.), *Cognitive perspectives on peer learning* (pp. 69-86). Lawrence Erlbaum.
- Planas, N. (2021). How specific can language as resource become for the teaching of algebraic concepts? *ZDM–Mathematics Education*, 53(2), 277-288. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01190-6>
- Planas, N. y Schütte, M. (2018). Research frameworks for the study of language in mathematics education. *ZDM*, 50(6), 965-974. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0997-2>
- Pujolàs, P. (2003). *9 ideas clave: El aprendizaje cooperativo*. Graó.
- Ramírez-Montoya, M. S. y Lugo-Ocando, J. (2020). Revisión sistemática de métodos mixtos en el marco de la innovación educativa. *Comunicar: Revista científica iberoamericana de comunicación y educación*, 65(4), 9-20. <https://doi.org/10.3916/C65-2020-01>
- Rasmussen, K. y Secher, M. C. (2022). Together in didactic situations—Student dialogue during reciprocal peer tutoring in mathematics. *International Journal of Educational Research Open*, 3, 100126. <https://doi.org/10.1016/j.ijedro.2022.100126>
- Robinson, D. R., Schofield, J. y Steers-Wentzell, K. L. (2005). Peer and cross-age tutoring in math: Outcomes and their design implications. *Educational Psychology Review*, 17(4), 327-362. <https://doi.org/10.1007/s10648-005-8137-2>

- Rohim, S. y Umam, K. (2019). The Effect of Problem-Posing and Think-Pair-Share Learning Models on Students' Mathematical Problem-Solving Skills and Mathematical Communication Skills. *Journal of Education, Teaching and Learning*, 4(2), 287-291. <http://dx.doi.org/10.26737/jetl.v4i2.803>
- Rubio, G. (2019). *Incidencia de la comprensión lectora en la competencia de comunicación y la resolución de situaciones matemáticas cotidianas, en los estudiantes del grado sexto del Instituto Educativo Técnico Diversificado de Monterrey* [Tesis de maestría, Universidad Nacional de Colombia]. <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/69792>
- Sánchez-Cano, M. y Gràcia, M. (2018). Llengua i comunicació a les matemàtiques. *Àmbits de Psicopedagogia i Orientació*, 49(3), 15-30. <http://ambitsaaf.cat/article/view/728>
- Sanz, C. (2019). Los Movimientos de Renovación Pedagógica y la Educación desde y para la diversidad. *ReiDoCrea: Revista electrónica de investigación y docencia creativa*, 8, 319-356. <http://hdl.handle.net/10481/57758>
- Saorin, A., Torregrosa, G. y Quesada, H. (2019). Razonamiento configural y organización discursiva en procesos de prueba en contexto geométrico. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 22(2), 213-244. <https://doi.org/10.12802/relime.19.2224>
- Serra, T. (2016). Parlar de matemàtiques per aprendre'n. *Noubiaix*, (39), 77-97. <https://raco.cat/index.php/Noubiaix/article/view/93735>
- Syukri, M., Murniati, S., Yanti, Y. y Halim, L. (2020). Students' ability in solving physics-analysis problem through the TAI type cooperative learning model. *Journal of*

Physics: Conference Series, 1460(012109). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1460/1/012109>

Topping, K. (1998). Paired learning and literacy. En K. Topping y S. Ehly (Eds.), *Peer-assisted learning* (pp. 45-66). Lawrence Erlbaum Associates.

Topping, K.J., Miller, D., Murray, F. y Conlin, N. (2011). Implementation integrity in peer tutoring of mathematics. *Educational Psychology: An International Journal of Experimental Educational Psychology*, 31(5), 575-593. <https://doi.org/10.1080/01443410.2011.585949>

Torrego, J. C. y Monge, C. (2019). *Inclusión educativa y aprendizaje cooperativo*. Editorial Síntesis. <https://www.sintesis.com/data/indices/9788491712503.pdf>

Vygotsky, L. (1979). *El desarrollo de los procesos psicológicos superiores*. (S. Furió, Trad.). Paidós.

Wankiiri-Hale, C., Maloney, C., Seger, N. y Horvath, Z. (2020). Assessment of a student peer-tutoring program focusing on the benefits to the tutors. *Journal of dental education*, 84(6), 695-703. <https://doi.org/10.1002/jdd.12135>

Zaldívar, A., Nava, L. y Lizárraga, J. (2018). Influencia de la tutoría en el aprendizaje de matemáticas. Perspectiva del estudiante. *Revista Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo*, 8(16), 493-515. <https://doi.org/10.23913/ride.v8i16.355>